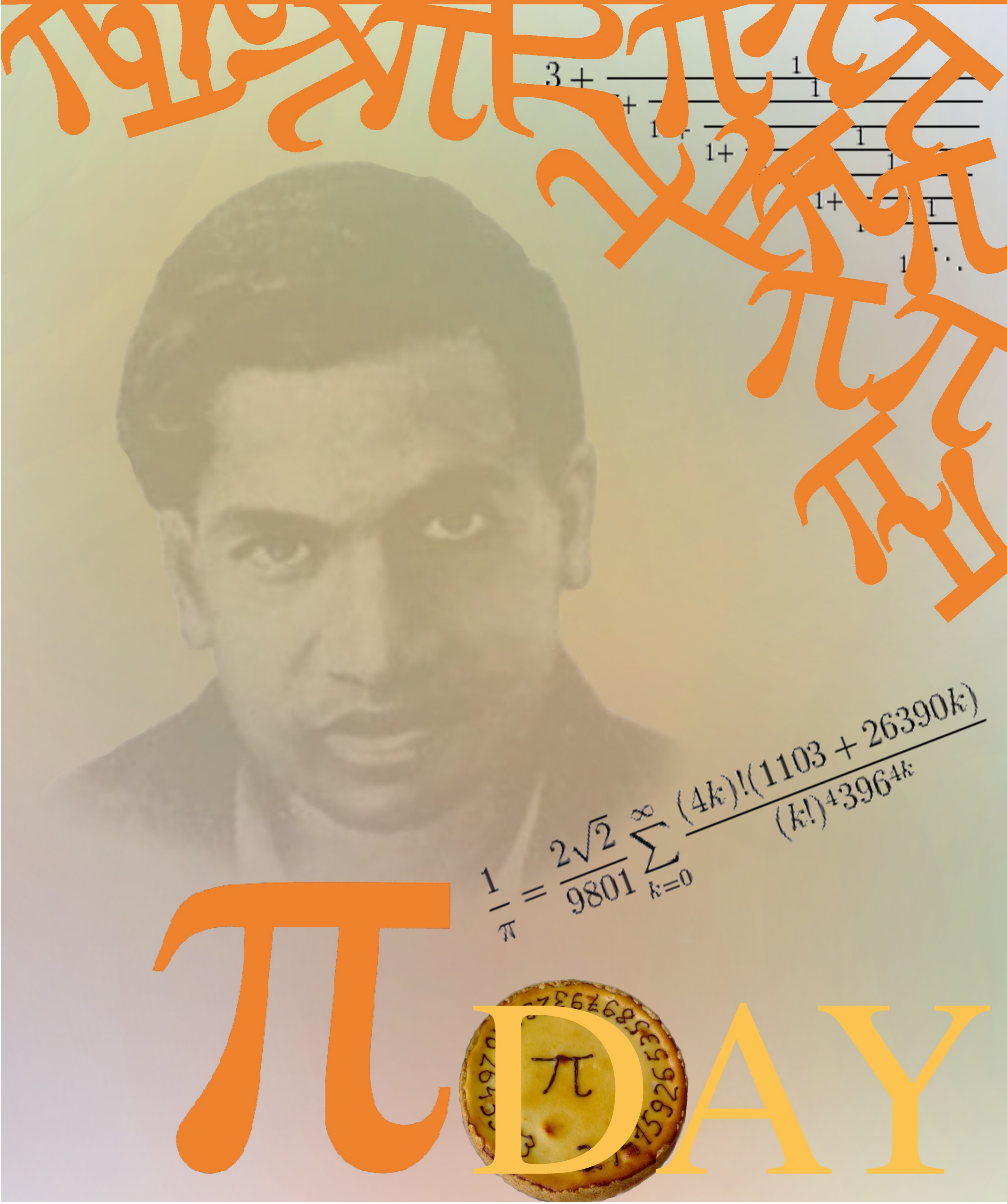
πkasle

ISSN 2174-9027

4. Zenbakia
2012ko Martxoa-Apirila

Número 4
Marzo-Abril 2012



Aurkibidea *Índice*

Zenbaki honen kolaboratzaileak *Las y los colaboradores de este número*

Maitane Amor
Aitziber Ibañez
Jone Lázaro
Irene Llana
Maider Mateos
Txomin Zukalaregi

Haien laguntza eta lana gabe, ez zen posible izango zenbaki hau.
Sin su ayuda y trabajo, este número no hubiera sido posible.

Agradecimientos a Gustavo Adolfo Fernández, Charo Clement,
Jesús Gómez y Josu Sangroniz por la concesión de la entrevista.

Bilbon editatuta eta argitaratua. *Editado y publicado en Bilbao.*

This magazine is really thankful to every person who has contributed to LaTeX

Con el apoyo y la financión de:

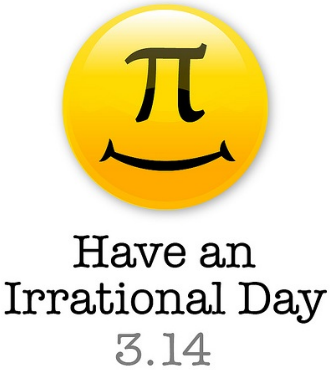
ZTF-FCT
Zientzia eta Teknologia Fakultatea
Facultad de Ciencia y Tecnología

UFI 11/52
Matemáticas y Aplicaciones

-ren sostengurekin eta finantziatzioarekin.

El día de π

El pasado día 14 de marzo, 3/14 en inglés, se celebró en todo el mundo el día del número π.



¿Por qué este día?

Porque el valor del número π es, aproximadamente, 3,141592... Este número irracional tan especial, símbolo de esta revista, es la relación entre la longitud de una circunferencia y su diámetro.

Podemos encontrarlo en expresiones sencillas como el área de un círculo o el volumen de una esfera. Sin embargo, también aparece en expresiones tan complicadas como la de la portada:

$$\frac{1}{\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{9801} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(4n)!(1103+26390n)}{(n!)^4 396^{4n}}$$

El autor de esta expresión fue el matemático indio Ramanujan. A lo largo de su corta vida invento más de 120 fórmulas matemáticas, que mandó a Godfrey Hardy, destacado matemático de la universidad de Cambridge. Este se vio desbordado por muchas de las fórmulas, llegando a decir: "...forzoso es que fueran verdaderas, porque de no serlo, nadie habría tenido la imaginación necesaria para inventarlas."

¿Cómo celebramos este día?

En la web `www.piday.org` encontraremos ingeniosas ideas, como por ejemplo hacer tartas con forma de π, ver una película relacionada con este número, y ¿por qué no? ¡Correr π kilómetros!

π-ren eguna

Joan den martxoaren 14an, 3/14 ingelesez, π zenbakiaren eguna ospatu zen mundu osoan.

Zergatik ospatu egun hori?

π zenbakiaren balioa 3,141 592... delako, gutxi gorabehera. Hain berezia den zenbaki irrazional hori (aldizkari honen irudi dena) zirkunferentzia baten luzeraren eta diametroaren arteko erlazioa da.

Zirkulu baten azaleraren edota esfera baten bolumenaren espresio sinpleetan aurki dezakegu π zenbakia. Hala ere, hain errazak ez diren formuletan ere agertzen da, hala nola aldizkariaren azaleko formulan:

$$\frac{1}{\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{9801} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(4n)!(1103+26390n)}{(n!)^4 396^{4n}}$$

Formula horren autorea, Ramanujan indiar matematikaria izan zen. Bere bizitza laburrean 120 formula baino gehiago asmatu zituen, eta horietako batzuk Cambridgeko Godfrey Hardy matematikariari bidali zizkion. Hardy-k, formulen zailtasunak gainez eginda, hauxe esan zuen: "...nahitaezkoa da egiazkoak izatea; izan ere, egiazkoak ez balira, inork ez luke izango formula horiek asmatzeko behar adinako irudimena".

Nola ospatu egun hori?

`www.piday.org` web-orrian hainbat ideia burutsu aurki ditzakezue; adibidez, π itxurako tartak egitea, zenbaki honekin erlazionatutako film bat ikustea edo π kilometroko lasterketa bat egitea.

Adiós a…

Un paseo por la geometría

El miércoles 25 de abril se dio por concluido el ciclo de conferencias “Un paseo por la geometría”, organizado por Raúl Ibáñez y Marta Macho Stadler, profesores del Departamento de Matemáticas de la UPV/EHU, ciclo que este año nos dice adiós después de 15 años.

Este año no sólo hemos paseado por la geometría, sino que profesorado de distintas universidades, centros de investigación, centros de secundaria y hasta un actor-escritor, nos han enseñado que hay matemáticas en el arte y en las paradojas, que no está de más saber topología para diseñar un buen balón de fútbol, o el importante papel que juegan los números primos cada vez que usamos una tarjeta de crédito. También hemos comprobado que esa fama de “raritos” que tienen los profesionales de las matemáticas a veces es injustificada y cuáles son las matemáticas usadas en la teoría de control.

Este ciclo de conferencias comenzó en el curso 1997/1998 como complemento a una asignatura de geometría, y ha tenido un largo recorrido en el que ha ido cambiando poco a poco, hasta convertirse en un ciclo divulgativo que ha tocado todas las ramas de las matemáticas, desde las aplicaciones más técnicas a su faceta más artística.

Merece la pena recordar también el logotipo que ha acompañado al paseo durante todos estos años, diseñado por Ana María Carro, que representa a una persona paseando por el dardo y la cometa de la teselación de Penrose.

Un año más, y por última vez, hemos podido disfrutar de diez charlas variadas e interesantes que nos han mostrado, entre otras cosas, que los números están escondidos en cada rincón de nuestra vida cotidiana.

¿Todavía no tienes planes para este verano?

Este año se celebra el **XIII Encuentro Nacional de Estudiantes de Matemáticas** en la Universidad de Murcía, bajo el lema “Matemáticas: Investigación, Sociedad y Emprendedores”. Durante una semana, desde el 23 al 29 de julio, tendrás la oportunidad de disfrutar de charlas, conferencias, *workshops* y varias actividades para conocer la región de Murcia.

¿No estás convencido? La organización de este evento ha pensado en todo: estancia en un hotel con desayuno, comida y cena incluidos por un precio excelente. Además, consulta los múltiples convenios con empresas de transportes como IBERIA y RENFE para ahorrarte hasta un 50 % en el precio de los billetes. ¡Date prisa y apúntate!

El periodo de inscripción finaliza el 15 de mayo. Más información en `www.um.es/13enem/`.

Gowers se rebela...

...comenzando una revolución en matemáticas

Josué Tonelli Cueto

Realizamos un repaso a una movilización de matemáticas y matemáticos de todo el mundo, iniciada por unas propuestas del matemático Tim Gowers en su blog, contra las prácticas de la editorial Elsevier. Su papel será determinante en el futuro del funcionamiento del sistema de artículos científicos.

El 21 de enero de este mismo año, el medalla Fields Timothy Gowers escribió en su blog [1] una entrada bajo el título *Elsevier — my part in its downfall*. En ella Gowers critica tanto los precios como las prácticas de venta que realiza la editorial Elsevier, además de su apoyo a controvertidas leyes en las que se limita el libre acceso a determinados artículos científicos.

Además, Gowers afirma en mitad del texto:

"So I am not only going to refuse to have anything to do with Elsevier journals from now on, but I am saying so publicly."

Esto es, rechaza colaborar en cualquier modo con revistas científicas asociadas a Elsevier.

Figura 1: Tim Gowers. [6]

Hasta aquí todo parece una crítica más de Gowers como tantas otras que habían ido surgiendo espontáneamente. Sin embargo, de manera inesperada, el post de Gowers en su blog fue leído por miles de personas, llegando una de ellas, Tyler Neylon, a crear una página web *The Cost of Knowledge* [2], donde se permite expresar el rechazo a Elsevier y la propuesta de dejar de trabajar para esa empresa editorial.

Poco a poco, la cantidad de personas que imitaban la postura de Gowers fue en aumento, y el 6 de febrero Elsevier publicó una carta abierta [4] defendiéndose de las acusaciones realizadas por Gowers y otros, la cual recibe dos días después una respuesta implícita en el manifiesto [3], donde se explican las ideas en las que se basa el movimiento iniciado por Gowers.

Entre las ideas principales del manifiesto encontramos una crítica a las prácticas comerciales de Elsevier, así como el planteamiento de la paradoja del cobro por parte de las editoriales a las universidades de "privilegios de acceso" a artículos escritos, editados y revisados por profesorado de esas instituciones, sin ningún coste para las editoriales, que además actualmente tienen menos gastos gracias a las nuevas tecnologías.

Este es el motivo de la necesidad de reformar el funcionamiento de las revistas científicas hacia un sistema de libre acceso donde se elimine esta paradoja.

Posteriormente, el 17 de abril, la universidad de Harvard comunicó que la situación respecto a las suscripciones es insostenible, y no podrá permitirse seguir abonada a muchas de las publicaciones a las que se encuentra actualmente. Así, esta institución muestra su apoyo a un nuevo sistema de revistas científicas [5], lo que abre la puerta a otras grandes universidades a seguir sus pasos.

A pesar de que todavía no está claro que va a pasar –y no hemos dado todos los detalles– queda clara la importancia de lo que suceda respecto al futuro de las matemáticas. En efecto, todo este proceso supone una profunda reflexión acerca del principal medio de difusión de las matemáticas: las revistas científicas.

Referencias

[1] `http://gowers.wordpress.com/`

[2] `http://thecostofknowledge.com/`

[3] `http://gowers.files.wordpress.com/2012/02/elsevierstatementfinal.pdf`

[4] `http://www.elsevier.com/wps/find/intro.cws_home/elsevieropenletter`

[5] `http://isites.harvard.edu/icb/icb.do?keyword=k77982&tabgroupid=icb.tabgroup143448`

[6] Wikipedia, The Free Encyclopedia. `http://www.wikipedia.org/`

Al acabar la carrera, ¿qué?
Entrevista con Maider Mateos del Pino

Víctor Manero y *Maider Mateos*

Una antigua alumna de la licenciatura en matemáticas de la UPV/EHU nos cuenta su experiencia tras acabar la carrera. Maider Mateos del Pino, que actualmente trabaja en el Servicio de Evaluación de Tecnologías Sanitarias (Osteba), relata qué se hace y qué puede aportar un matemático en la investigación sanitaria. Además, hace algunas recomendaciones a los actuales alumnos que estén interesados en llevar su carrera en esa dirección.

Figura 1: Maider Mateos del Pino

Kaixo Maider, antes de nada quería agradecerte que accedieras a comentar tu experiencia tras la universidad, muchísimas gracias.

No hay de qué.

Fuiste alumna de la UPV/EHU y te licenciaste en matemáticas. ¿Cómo fue tu experiencia en la universidad?

Bueno, me queda ya algo lejana puesto que terminé en 2006. El primer año, cuando llegas, piensas que las matemáticas son otra cosa porque vienes del instituto, de hacer límites y representaciones gráficas de funciones, y de repente te topas con el álgebra o la topología, que al principio suenan a chino. Entonces pensé ¡ufff!... creo que esto no es lo que yo quería. Pero poco a poco le coges el gusto, aprendes la dinámica de trabajo y cada curso va mejor, porque vas teniendo optativas donde elegir según tus gustos. Yo, además, estuve un año de Erasmus y, claro, eso también ayuda a que se haga más llevadero.

Actualmente trabajas en el Servicio de Evaluación de Tecnologías Sanitarias (Osteba). ¿Qué se hace en Osteba?

A lo que se dedica básicamente Osteba es a evaluar, desde el punto de vista de la efectividad, tecnologías emergentes que pueden ser introducidas en el sistema sanitario. Se trata de analizar si un cierto servicio mejora la atención al paciente y si merece la pena introducirlo en el sistema. También evaluamos si algo se ha quedado obsoleto y conviene desecharlo. En definitiva, hacemos estudios que facilitan información para la toma de decisiones. Por ejemplo, en estos momentos estamos estudiando ciertos fármacos, que al parecer no son tan efectivos como se suponía, para ver si merece la pena que se sigan recetando teniendo en cuenta los costes que eso supone.

Concretamente, ¿en qué proyectos estás involucrada en estos momentos?

Bueno, mi trabajo es bastante transversal y no me centro en único proyecto. Trabajo en dar soporte estadístico a varios proyectos a la vez. Por ejemplo estoy trabajando en el proyecto de los fármacos que he comentado antes y en otro llamado *Oncomed*, dirigido a personas enfermas de cáncer que estén en tratamiento con quimioterapia. Consiste en que los pacientes tienen un smartphone y a través de él, dos veces al día, rellenan un cuestionario muy sencillo sobre su estado de salud. Entonces, según los síntomas que indiquen, el sistema les envía mensajes con algunas indicaciones y alertas a su médico. Esto tiene dos objetivos, proporcionar mayor protección al paciente y tener un seguimiento más detallado de los síntomas o los efectos secundarios debidos a la quimioterapia.

¿Cómo surgió este interés por el mundo sanitario?

Surgió en el último curso de la carrera. Me matriculé en dos asignaturas de estadística y matemática aplicada. Resultó que los ejemplos que nos ponían tenían bastante que ver con el mundo sanitario y me pareció interesante. Además creo que es una buena forma de usar las matemáticas, es decir, no es que esté ayudando a un banco a enriquecerse, sino a dar un mejor servicio sanitario a las personas.

Figura 2: Imagen corporativa de Osteba. [3]

¿Consideras que tu formación universitaria fue adecuada de cara a lo que estás haciendo ahora?

Pues sí y no. Creo que si me hubiera quedado sólo con la carrera no habría sido suficiente. Al acabar la carrera hice un máster de Estadística e Investigación Operativa en Barcelona. En ese máster trabajamos mucho más en el mundo sanitario. Aunque no dejase de ser un entorno académico, estaba más cercano a lo que es el mundo real.

En cuanto al máster, ¿por qué en Barcelona?

Cuando yo quería hacer el máster, no había oferta de Estadística e Investigación Operativa en la UPV/EHU. Mi primera opción fue Madrid, pero buscando por la red encontré en Barcelona un máster que profundizaba bastante más y daba más opciones para escoger las asignaturas, así que me fui a Barcelona.

Después del máster, ¿Te incorporaste al mundo laboral?

Sí, de hecho 15 días antes del último examen del máster conseguí un puesto de personal investigador en la UPV/EHU. Al mes siguiente de acabar en la UPV/EHU me incorporé a Bioef, la Fundación Vasca de Innovación e Investigación Sanitarias, y cuando se me terminó el contrato, entré en Osteba. La verdad es que a nivel laboral no he tenido ningún problema. Sinceramente creo que hay muy pocos matemáticos orientados al mundo sanitario en Euskadi, y por eso el trabajo que hay nos lo repartimos entre cuatro.

Es interesante que en estos momentos de crisis que vivimos comentes que existe una opción laboral en la que hace falta gente. ¿Qué le recomendarías al actual alumnado de matemáticas que tuviese interés en el mundo sanitario?

Yo creo que debe presentarse a las ofertas, aunque pienso que es necesario seguir formándose al margen de la carrera. En ese sentido, creo que en los últimos años se ha implantado un máster en la UPV/EHU en el que se trata algo de esta rama. En esencia, les recomendaría que si les gusta, se sigan formando y prueben suerte.

¿Qué crees que puede aportar una persona licenciada en matemáticas al mundo laboral?

En realidad, las personas con una alta formación matemática somos muy necesarias. En el sector de la investigación sanitaria se trabaja con muchos datos y se necesita gente que los analice y obtenga resultados. En ese sentido una persona que haya estudiado matemáticas tiene, por lo general, más herramientas y rigor que, por ejemplo, cualquier médico o economista. Además, en Euskadi no hay mucha gente con una licenciatura en matemáticas, y las empresas cada vez ven más necesidad de tener a alguien con ese perfil en su plantilla.

Muchas gracias, Maider.

Referencias

[1] Master universitario en Estadística e Investigación Operativa. Organizado conjuntamente por la UPC (Universidad Politécnica de Cataluña) y la UB (Universidad de Barcelona). `http://meioupcub.masters.upc.edu/?set_language=es`

[2] Bioef. `http://www.bioef.org/`

[3] Osteba. `http://www.osakidetza.euskadi.net/r85-pkoste02/es/contenidos/informacion/osteba_presentacion/es_osteba/osteba_presentacion.html`

Maider Mateos del Pino
Licenciada en Matemáticas por la UPV/EHU
Servicio de Evaluación de Tecnologías Sanitarias Osteba

Víctor Manero
Licenciado en Matemáticas por la U. de Zaragoza
Estudiante de Doctorado en Matemáticas
UPV/EHU

Charla con los organizadores del Año de Galois

Por Josué Tonelli Cueto

Este curso se celebra en la ZTF-FCT el año de Galois, con motivo del bicentenario de su nacimiento durante 2011. El equipo de *πkasle* ha tenido una larga conversación con los organizadores de este evento, en la que tratamos una amplia variedad de temas acerca de esta celebración.

Figura 1: Jesús Gómez (E), Gustavo Adolfo Fernández (G), Charo Clement (C) y Josu Sangroniz (J)

Para ir entrando en calor, ¿en qué consiste el año de Galois?

C: El 25 de octubre de 2011 se cumplieron los doscientos años del nacimiento de Galois. Desde entonces hemos organizado varias actividades, y el Año de Galois en la UPV/EHU va a durar probablemente hasta el próximo octubre, o sea, es un año realmente.

Durante el primer cuatrimestre ha habido un par de charlas en Bilbao, en la Alhóndiga, abiertas a todo el mundo, y también hemos tenido una conferencia aquí en la facultad, ya más orientada a estudiantes. Luego tenemos previstas cinco charlas más, que estarán distribuidas a lo largo de todo el segundo cuatrimestre, y que están pensadas para entender un poco cómo se ha desarrollado la teoría de Galois después de Galois. El hecho es que son muy variadas, cada una trata de un tema distinto.

Después, está el seminario de alumnos en el que estamos siguiendo el libro de David Cox, quien va a venir a finales de mayo. Finalmente, están las escuelas de verano del mes de julio.

G: Sí, lo hemos llamado *escuela avanzada de grupos de Galois* y tiene dos cursos: uno sobre el problema inverso de Galois y otro sobre un tipo de grupos que aparecen en el estudio de la teoría de Galois infinita.

Esta escuela va a estar destinada principalmente a alumnos de doctorado a los que les interese la teoría de grupos, la teoría de Galois u otro tema afín, si bien puede ir cualquier persona que conozca la teoría básica de Galois. Estos cursos los van a dar especialistas en estos temas. El primer curso lo impartirá Gunter Malle, y el segundo Ján Mináč y Christian Maire.

La idea es que sea una escuela internacional, no algo local como es el resto de actividades.

E: Queremos anunciarlo e intentar que venga gente del extranjero: Alemania, Francia, Italia,...

G: También queremos hacer un acto de clausura alrededor del 25 de octubre. Una idea que habíamos comentado era el invitar a Peter Neumann, catedrático de Oxford que trabaja en teoría de grupos, que tiene mucho interés en la historia de las matemáticas y ha publicado bastante sobre Galois.

Claramente habrá alguna razón para celebrarlo, ¿por qué celebrar un año de Galois?

J: La principal razón es que el 25 de octubre se cumplía el segundo centenario de su nacimiento.

E: Un motivo era que nos dimos cuenta de que, paradójicamente, este es el único año en el que no se iba a explicar la teoría de Galois, porque pasaba de impartirse en segundo de licenciatura a enseñarse en tercero de grado. Y por ello, se ha quedado un año "en el limbo", que es una cosa anecdótica, pero también una buena excusa.

G: Además, es una excusa para poner el foco de atención en algo que en nuestro ámbito merece la pena ser destacado. ¡Porque es Galois! ¿Cuántas asignaturas hay que lleven el nombre de un matemático? Pues sólo la teoría de Galois.

De cara al futuro, ¿qué esperáis obtener con este año de Galois?

G: Esta es una actividad que se hace en principio este año, pero la verdad es que disfrutamos con esto también, porque van a venir varios matemáticos a darnos charlas. Y eso es algo que normalmente no se hace *per se*.

De cara al futuro, nos hubiera gustado que el seminario de alumnos hubiera tenido más éxito, esto es, que hubiera alumnos que se hubieran quedado a trabajar en

estos temas...
(Se ríen.)
E: Hombre, ocurre que podemos aficionarnos al seminario, y que el año que viene continuemos... porque material hay para seguir. ¡Son tantos aspectos distintos de la teoría de Galois, y hay tantas continuaciones que puedes explorar!
G: La escuela avanzada que vamos a hacer espero que no sea la primera y última, sino que sea la primera de una serie con una cierta periodicidad en Bilbao. Aunque sólo sea una esperanza mía, nos gustaría que Bilbao pudiera empezar a ser conocida por las escuelas que se organizan; pero bueno... eso el tiempo lo dirá.
Y hasta ahora, ¿cómo está respondiendo la gente ante esta iniciativa?
(Se ríen.)
E: En la jornada inaugural, habría unas sesenta personas, y lo de la Alhóndiga también tuvo una buena respuesta.
J: Un poco en la línea que cabía esperar. Hasta en algún caso, un poco más por encima de lo esperado. No vamos mal.
G: Por otro lado, siempre que organizas este tipo de cosas tienes el miedo de si te vas a encontrar solo.
E: Luego, el seminario de alumnos, al que tú mismo has ido, ha tenido más éxito entre los profesores que entre los alumnos.
(Se ríen.)
J: Es verdad que este tipo de actividades supone un esfuerzo respecto al resto de tareas que tienen los alumnos. Y por ello, en ningún caso se plantea como algo donde la asistencia vaya a ser masiva. Pero bueno, sí es verdad que igual esperábamos una respuesta un poco mayor.
G: Es una convocatoria abierta, pero está claro el tipo de alumno que teníamos en mente: un alumno que tuviera interés por la teoría de Galois.
J: Además, no se buscaba una asistencia masiva que fuera pasiva, simplemente ir de espectador; se buscaba en este caso una participación activa.
C: Está claro que no es sencillo, porque se pide un esfuerzo. Por otra parte, yo creo que a lo mejor este seminario podría ser el germen de un seminario que estuviera un poco establecido... no hace falta que haya una masa de gente, siempre que haya unos cuantos alumnos. Si no hay estudiantes, entonces la cosa cambia.
J: También es verdad que en una actividad como esta, la parte lúdica sólo puede apreciarse cuando se está en el nivel adecuado.
C: Yo me lo paso bien en el seminario de Galois, y más o menos son cosas que ya hemos visto. Pero es que es completamente distinto a una clase, el ritmo es completamente diferente.
G: Da la posibilidad de hacer reflexiones y planteamientos que podías no haber tenido antes. Yo, por ejemplo, cuando pensamos acerca de la idea de Galois sobre las relaciones entre las raíces, es que... ¡son un ideal maximal!
Organizar un evento de estas características no debe ser fácil, ¿a qué dificultades os habéis tenido que enfrentar?
C: Una de las dificultades es la económica, y en esta época de crisis pensábamos que íbamos a hacer una solicitud para las charlas y que nos iban a decir que lo sentían mucho, que este año no hay... Y bueno, lo hemos conseguido.
G: La subvención fue un poquito escasa.
C: Pero es que ha sido todo en época de recortes. Por otra parte, las personas a las que les hemos escrito para ver si podían venir estaban todas entusiasmadas.
G: Al final cualquier cosa que quiera organizar un profesor, pues tienes que ser chico para todo. Puedes pensar que no, que los profesores tienen la idea y luego tienen a los becarios y administrativos que les apoyan, y no es así. Al final, tú haces todo el proceso.
E: Hay que decir que estar en la universidad soluciona un montón de problemas de organización. No nos damos cuenta, pero hay muchas cosas que no son tan fáciles si no cuentas con la universidad, como, por ejemplo, encontrar un lugar donde desarrollar las actividades.
Por otro lado, reportará beneficios, ¿qué es lo más gratificante de organizar el año de Galois? ¿Se vive con ilusión?
G: Espero que se note que sí.
E: Lo más gratificante, yo creo, es oír hablar de la teoría de Galois. Además, los conferenciantes vienen con la ilusión de hablar, y sus charlas son genuinamente interesantes.
G: Por ejemplo, a Lario se le avisó tres semanas antes de su conferencia y automáticamente dijo que sí. La verdad es que es una satisfacción, porque cuando le dices a alguien que venga a dar una charla, le estas pidiendo un esfuerzo, ¿no?
E: Un esfuerzo, pero vienen con ilusión.
Además que yo sepa, no ha habido ninguna otra iniciativa parecida en España. Era natural que se le hubiese

ocurrido también a alguien en otra universidad.
G: De hecho, yo esperaba haber encontrado algo en algún otro sitio de España.
E: Sobre lo que decías de vivirlo con ilusión en tu pregunta, yo siempre que oigo la palabra Galois me pongo contento, porque es una teoría muy bonita, elemental dentro de ciertos parámetros, y además profunda.
C: En mi caso, fue la teoría de Galois la que hizo que me dedicara al álgebra. Cuando yo hice la carrera, cursé cálculo numérico y materias muy alejadas de la teoría de Galois. Al acabarla, por una serie de circunstancias, empecé a estudiar un poco de álgebra en casa, y leía la teoría de Galois directamente del libro de Lang, sin saber una palabra de teoría de grupos.
La verdad es que yo hacía unas páginas enormes con los automorfismos, una cosa horrorosa... Luego ya me di me cuenta de que eso no se puede estudiar así. Pero me enganchó totalmente, me olvidé ya de mi campo y me dediqué al álgebra.
G: Asistir a estas cosas también tiene un pequeño punto de egoísmo. Porque, por ejemplo, en esta escuela avanzada que se va a hacer una de las cosas que me ilusiona de organizarla es poder asistir yo también.
E: Todo esto es un poco para disimular...
C: Para disimular...
(Se ríen.)

Recordando al protagonista de este año, ¿qué opináis sobre el hombre y su obra?
J: Un personaje histórico ya sólo con la vida de Galois sería destacable, y sólo con sus aportaciones matemáticas también.
En él confluyen una serie de factores que son una combinación seguramente única en la historia. Una precocidad asombrosa, el hecho de que muriera tan joven, la vida que tuvo, y sobre todo, que en matemáticas fue un pionero muy adelantado a su época. Y seguramente eso explica el esfuerzo que supuso aceptar sus trabajos, porque se adelantó unos treinta años a sus contemporáneos.
De todas formas, el asunto más llamativo, que es lo de su precocidad, en matemáticas tampoco es tan raro.
E: Según los informes que escribían sus profesores, uno de ellos dice que “le ha picado el veneno de las matemáticas”. Y eso, ¿qué significa? Que en un momento dado ve qué bonito es esto de las matemáticas y ya no vuelve a hacer otra cosa. Se quedaría noches y noches estudiando todo libro de matemáticas que cayera en sus manos.
G: Un ejemplo sobre la pasión exacerbada por las matemáticas...
E: Seguramente se pasaría las noches en vela leyendo y estudiando. Ya se sabe, la leyenda tiende a destacar el aspecto ese de que descubría cosas maravillosas... Pero no de la nada. Es verdad que era un genio, pero no queda registro de las horas que metió.
J: Era una época que no es como la actual. Hoy para hacer una aportación original tienes que escalar la montaña hasta la frontera del conocimiento; en aquel momento la frontera de lo desconocido era más accesible.
En realidad, Galois crea un lenguaje que fue lo que verdaderamente más incomprensión causó en su momento. Hasta entonces, se estaba atacando el problema de la resolución de ecuaciones, pero no desde la óptica correcta, por lo que no se avanzaba y la cosa estaba más bien estancada.
E: Sustituyó el cálculo por las ideas, y ahí está el germen de las estructuras de Bourbaki.
J: Ahí está el germen de la escuela francesa de matemáticas de “ir a la idea”, frente a la postura más anglosajona de “ir al cálculo”, simplificando mucho las corrientes de ambas escuelas. Este enfoque hace a Galois un revolucionario de las matemáticas, no solamente en aquella época, sino dentro de toda la historia.
G: Es el momento donde el álgebra se empieza a transformar, el álgebra antigua de manipulaciones algebraicas empieza a tomar progresivamente la forma del álgebra de las estructuras. Él introduce el concepto de grupo, si bien la definición actual de grupo es de fina-

les del siglo XIX.
J: Galois no da un salto al infinito, pero hay un salto cuántico. Él se da cuenta de que la resolución de las ecuaciones está ligada a las propiedades de un objeto de naturaleza muy distinta a la de la propia ecuación: lo que ahora llamamos un grupo.
Para terminar, ¿es posible pensar en la matemática moderna actual sin pensar en Galois?
G: Yo creo que la estadística sería la misma, pero... (Se ríen.) Pero si en vez de matemática, pones álgebra...
J: Yo hasta voy un poco más allá, Galois empieza la visión de la matemática moderna como el estudio de estructuras matemáticas. Decir que las matemáticas son el estudio de las estructuras matemáticas es un poco tautológico, pero yo creo que desde el punto de vista moderno, eso es lo esencial de las matemáticas.
E: Es un asunto muy difícil de decidir, porque si Galois no hubiese existido... pues de alguna manera sus ideas hubiesen llegado también al siglo XX, a lo mejor con otra terminología, por otros caminos... Depende un poco de la visión que uno tenga de las matemáticas, si es platónica o...
G: Si inventas o descubres.
E: Porque parece que en la historia de las matemáticas, al final se acaba llegando a lo mismo independientemente de las aportaciones personales de los matemáticos. Estas determinan una parte de las matemáticas, la cáscara: la terminología, el orden en el que se van descubriendo las ideas, el énfasis que se pone en unos métodos u otros...
Hay gente que tiene otras visiones. Si no hubiese existido Galois, a lo mejor la matemática sería exactamente igual, pero con otra historia y otros nombres, o completamente distinta; no lo sé. Es un poco el problema este de si es invento o descubrimiento.
C: Yo tengo la opinión de que sería muy parecida, porque esa idea ya empezaba estar madura.
J: Y aún así, aunque no hubiera estado madura en ese momento, había el problema de resolver las ecuaciones y este necesitaba una respuesta. Y la respuesta es precisamente la teoría de Galois. No sé, ¿puede haber otra?
E: No, hubiese cambiado la terminología, el énfasis...
J: Pero esencialmente, la razón está ahí, lo llames como lo llames, ¿no?
G: A mí me gusta pensar que inventamos, pero es que al final hay que decir que nuestro cerebro es una máquina, que aunque tengas esa sensación de inventar... ¡Cuántas veces pasa que uno hace algo, y lo va a mandar a una revista, solo para descubrir que casi simultáneamente otro también lo ha hecho!
J: Ya, pero creo que nos podemos permitir ir más lejos. Si a una distancia de diez mil años luz de aquí hay una civilización extraterrestre... es que sabrán la teoría de Galois de alguna manera. Seguro que son conscientes de ella.
G: Ese va a ser el título del artículo: ¡civilizaciones extraterrestres conocían la teoría de Galois!
(Se ríen.)
Muchas gracias.

Maien matematika

Jone Lázaro

Denoi hitz egin digute inoiz maiei buruz. Baina ba al dakigu, benetan, zerbait haiei buruz? Zibilizazio misteriotsu horrek ikuspuntu desberdin batetik landu zuen matematika. Hori guztia eta beste zenbait bitxikeria azaltzea izango da artikulu honen helburua.

Maiek, Mexikoko hego eta hego-ekialdea, Guatemala, Belize, El Salvador eta Honduras herrialdeetako lurraldeak hartu zituzten.

Irudia 1: Maien hirien kokalekua.

Bizimodua

Gizarte-antolakuntza. Maiek ez zuten estatu bateratu bat osatzen; hiri-estatu independentetan organizatzen ziren eta estatu horietako bakoitzak lur-eremu handiagoa edo txikiagoa kontrolatzen zuen.

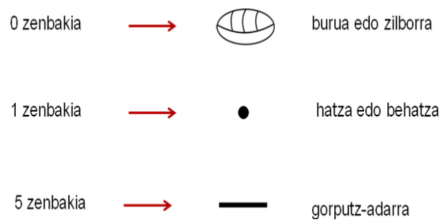
Merkataritza. Txanponik ez zegoenez, merkataritza trukean oinarritzen zen. Hala ere, batzuetan txanpon gisa kakaoa erabiltzen zuten; adibidez, untxi batek hamar kakao-hazi balio zuen.

Matematika

Maiek zenbaki-sistema propioa sortu zuten, baina ez kalkulu matematikoak egiteko, baizik eta denbora neurtzeko baliabide gisa.

Zenbakien idazkera.

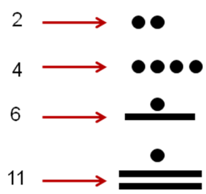
Maien zenbaki-sistemak oinarrizko hiru ikur zituen: zeroa (barraskilo baten bidez adierazten zutena), bat zenbakia (puntuaren bidez adierazten zutena) eta bost zenbakia (lerro horizontal batez adierazten zutena).



Sistema hogeitarra batukorra denez, oinarrizko hiru ikurrak erabiliz eta horiek batuz, nahi ziren emaitzak lortzen ziren.

Puntua ez zen lau aldiz baino gehiagotan adierazten. Beraz, seitik gorako zenbakientzat puntuak eta marrak konbinatzen ziren.

Marra horizontala hiru aldiz baino gehiagotan ez zuten erabiltzen; beraz, hemeretzia baino handiagoak diren zenbakiak ezin zituzten adierazi. Arazo hori konpontzeko, maila edo ordena desberdinak asmatu zituzten.

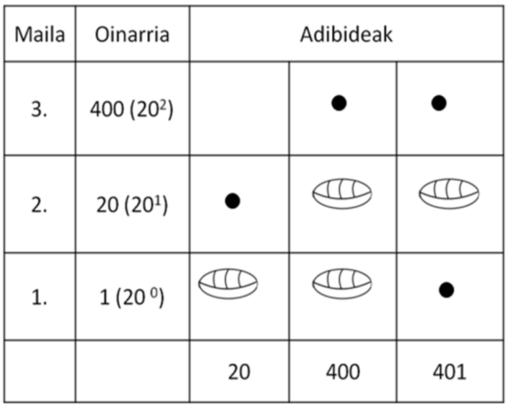


20tik gorako zenbakiak adierazteko, ikur berak erabiltzen zituzten, baina haien balioa mailaren edo ordenaren arabera aldatzen zen.

Lehenengo ordenan, unitateak idazten ziren; bigarrenean, hogeiaren multiploak ziren zenbakiak, eta hirugarren ordenan, laurehunaren multiploak.

Horrela, ordena ezberdinetan agertzen ziren kantitateak batuz lortzen zituzten behar zituzten zenbakiak. Esaterako, laurehun zenbakia adierazteko, hirugarren ordenan puntu bat jarriko da, eta beste bietan, zero bana. Eta laurehun eta bata adierazteko, berriz, lehenengo ordenan puntu bat jarriko da zeroaren ordez.

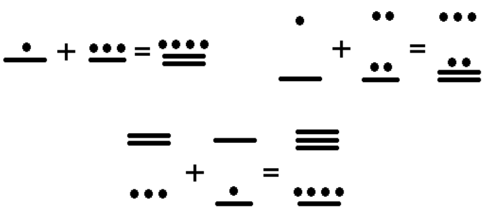
ISSN 2174-9027



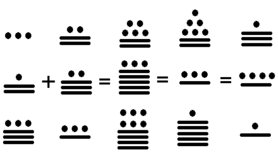
Eragiketak

Batuketa

Batuketa egiteko, batugai bakoitza zutabe batean jartzen zuten. Bi batugaiak ordenaka batzen ziren; hau da, lehenik, lehenengo ordenako elementuak; ordoren, bigarrenekoak eta horrela hurrenez hurren. Batuketa egin ondoren, beharrezkoa bada, sinplifikazioak egiten dira.



Irudia 2: $6+8=14$, $24+47=72$ eta $203+106=309$

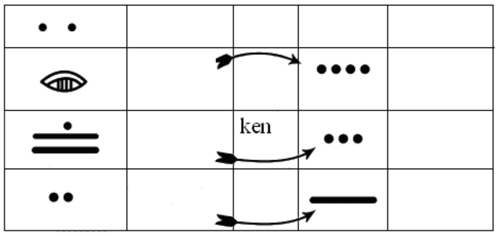


Irudia 3: $1438+5148=6586$

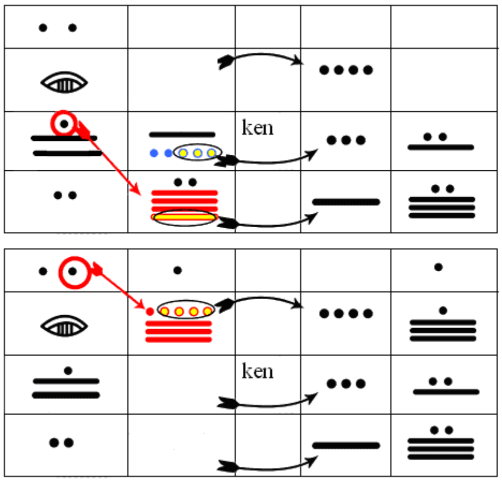
Kenketa

Kenketa ere oso erraz egiten da. Gogoratu behar den bakarra da lehenengo ordenatik gorako ordena bateko puntu batek beheko ordenako hogei puntuk beste balio duela, alegia, behe-maila horretako lau marrak beste (bigarren mailako puntu bat = lehen mailako 20 puntu, hots, lau marra).

Demagun irudiko keneketa egin nahi dugula. Hau da, $16222-1665=14577$ kenketa.



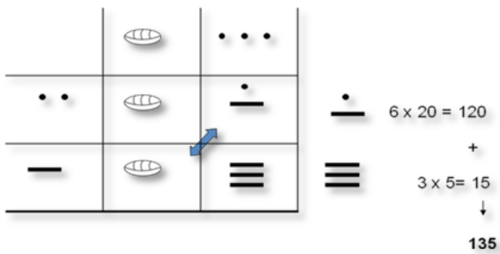
Behetik gora arituko gara, eta lerrokadaz lerrokada. Lehenengo ordenako bi puntuei marra bat kentzeko, lehenik, marra puntua baino handiagoa denez, bigarren ordenatik puntu bat jaitsiko dugu lehenengo ordenara, lau marra bihurtuta; ondorioz, bigarren ordenan bi marra geratuko dira. Bigarren ordenan, hiru puntu kentzeko, lehen zutabeko marra bat bost puntu bihurtuko da. Eta, azkenik, hirugarren ordenako zeroari hiru puntu kentzeko, lehenik, puntu bat jaitsiko dugu laugarren ordenatik (hots, lau marra), eta marra bat bost puntu bihurtuko. Emaitza azken zutabean agertzen da.



Biderketa

Maiek ez zeukaten biderketa-taula bat ikasi beharrik; lauki-sare bat erabiltzen zuten biderketa egiteko. Biderkatu beharreko faktoreak lauki-sarearen kanpoaldean ezartzen dira (taula gorritik kanpo), eta biderketaren emaitza laukien diagonaletatik lortzen da, diagonal bakoitzari ordena bat dagokiolarik.

Hona hemen bi bider biko lauki-sare baten adibidea:

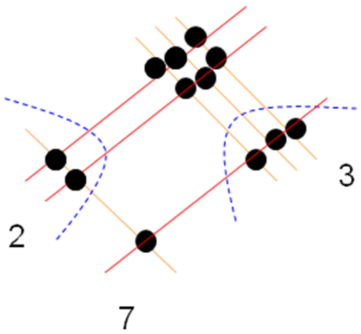


Taula barruan, bakoitzari dagokion laukitxoan biderkadura idatzi:

- Bi puntu bider zero, zero
- Bi puntu bider hiru puntu, sei puntu (marra bat eta puntu bat)
- Marra bider zero, zero
- Marra bat bider hiru puntu, hiru marra

Hiru diagonalak dagozkien ordenan jartzen dira. Kasu honetan, lehenengo ordenan hiru marra; bigarrenean, marra eta puntua, eta hirugarrenean, zeroa. Adibide honetan, sinplifikazioak egin beharrik ez dago eta emaitza taularen eskuinean geratzen dena da.

Biderketak egiteko modu bitxia:



Irudia 4: $21 \times 13 = 273$

Zenbakiak marren bidez adierazten dira. Goiko bi marra gorriak $= 20 (2 \times 10)$, eta behekoa $= 1$; hortaz, $20 + 1 = 21$. Bestalde, beheko marra horixka $= 10$, eta goikoak $= 3$; beraz, $10 + 3 = 13$. Marrek elkar mozten duten puntuak markatu eta modu egokian zenbatuz, biderketaren emaitza lortzen da. Ezkerreko zenbakiak (2) ehunekoak adierazten ditu (200); erdiko zenbakia (7) goiko puntuak (6) eta behekoak (1) batuz lortzen da, eta hamarrekoak adierazten ditu (70), eta eskuineko zenbakiak batekoak adierazten ditu (3). Zenbakiak ezkerretik eskuinera irakurriz gero, horra hor biderkadura: 273.

Erreferentziak

Webguneak

[1] R. Díaz. *Ruy: Apuntes sobre la aritmética Maya* [on line]. 2006ko abendua (kontsulta: 2012ko otsailaren 1a). Webgunea: `http://www.scielo.org.ve/scielo.php?pid=S1316-49102006000400007&script=sci_arttext`

[2] T. Robert Nuñez eta H. Mosqueda Altamirano. *Numeración Maya* [on line]. (Kontsulta: 2012ko otsailaren 8a). Webgunea: `http://www.monografias.com/trabajos61/numeracion-maya/numeracion-maya2.shtml`

[3] *Civilización maya* [on line]. Kontsulta: 2012ko otsailaren 1a. Webgunea: `http://www.civilizacionmaya.com/mayas.php`

[4] *Desarrollo del aprendizaje de la matemática maya* [on line]. 2007ko abendua (kontsulta: 2012ko otsailaren 1a). Webgunea: `http://www.yalalte.org/glifox/pdf_escrit/matematica%20maya.pdf`

Bideoak

[5] `http://www.youtube.com/watch?v=_0B-kXMEsUk&feature=related`

[6] `http://www.youtube.com/watch?v=UOXdheKWhZg&feature=related`

Jone Lázaro
Matematikazko Lizenziaturoko ikaslea
UPV/EHU

Emmy Noether

La madre del álgebra abstracta

Josué Tonelli Cueto

In the judgment of the most competent living mathematicians,
Fräulein Noether was the most significant creative mathematical genius
thus far produced since the higher education of women began.
Albert Einstein[5]

En la historia de las matemáticas, pocas personas pueden permitirse, como dice Einstein, ser consideradas "uno de las más significativos genios creativos en matemáticas" [5]. Entre estas pocas personas nos encontramos la figura de la matemática alemana Amalie Emmy Noether, quien puede ser considerada sin lugar a dudas como la madre del álgebra abstracta.

Figura 1: Emmy Noether.

1. Noether a través de sus coetáneos

Retrataremos a Noether citando a sus coetáneos, para así ver la persona de Emmy Noether tal y como fue vista en su época. A la hora de hablar de Noether como la madre del álgebra abstracta, no estamos exagerando dado que Herman Weyl al referirse a ella dice:

"Ella originó sobre todo un estilo nuevo de pensar en álgebra que marcó una época."[4]

Y Pável Alexandrov, nos relata que:

"Fue ella quien nos enseñó a pensar en términos de conceptos algebraicos generales –homomorfismos, grupos y anillos con operadores, ideales– más que en términos de complicados cálculos algebraicos. Ella, por tanto, nos llevó a descubrir principios algebraicos unificadores en lugares donde previamente éstos habían estado tapados por complicadas condiciones específicas que la matemática clásica no reconocía como algebraicos."[4]

Sin embargo, a pesar de esta brillantez matemática reconocida a lo largo de su vida, se debe indicar que Noether no lo tuvo fácil, pues como relata Alexandrov:

"La oposición de representantes influyentes de los círculos académicos reaccionarios fue causada no sólo, e incluso no principalmente, porque Emmy Noether fuese una mujer, sino por sus bien conocidas opiniones políticas, además de la circunstancia agravante, a sus ojos, de su *nacionalidad* judía."[2]

Y es que a pesar de su gran talento y el apoyo que recibió de grandes científicos como Hilbert, Klein y Einstein, la situación laboral de Noether siempre fue complicada. Además, Noether no poseía un aspecto corporal atractivo llegando a decir el físico Landau:

"Puedo dar un testimonio de que es un gran matemático, pero si es una mujer... bien, esto ya no podría jurarlo."[2]

Sin embargo, ante las burlas sobre la feminidad de Noether, sus alumnos más cercanos la defendían; por ejemplo, Nathan Jacobson decía que:

"La gente solía llamarla *señor Noether*, pero resultaba inapropiado. Ella era muy, muy femenina. Tenía un fortísimo instinto maternal."[2]

Además, Noether nunca buscó el protagonismo, incentivando a sus alumnos para que desarrollaran sus propias ideas; a pesar de que ella ya hubiera podido llegar a ellas, era capaz de cederles el mérito. Esto se ve, por ejemplo, en la declaración de van der Waerden:

"Escribí un artículo basado en esta simple idea, y se lo enseñé a Emmy Noether. Ella lo aceptó para los Mathematische Annalen, sin contarme que ella ya había presentado la misma idea en un curso justo antes de que yo viniera a Göttingen. Me enteré después por medio de Grell, quien había asistido al curso."[1]

Finalmente, para terminar nuestro retrato personal, muchos alumnos criticaban el desorden y falta de claridad en las clases de Noether. Sin embargo, lograba superar este defecto llegando a cierto alumnos; en efecto, como relata Alexandrov:

"Para una persona de fuera Emmy Noether parecería una profesora pésima, en un estilo rápido y confuso, pero sus clases contenían una tremenda fuerza de pensamiento matemático y una calidez y entusiasmo extraordinarios."[1]

2. Noether desde la física y las matemáticas

A la hora de hablar de las aportaciones de Noether, la lista es interminable. Así, en física, desarrolló un conocido resultado donde mostraba que los principios de conservación y simetría eran dos caras de la misma moneda y fue clasificado por el físico P. Bergmann como "la piedra angular de la Teoría de la Relatividad General y en ciertas teorías de partículas elementales"[3].

Y en matemáticas esa lista es también muy extensa. El álgebra conmutativa tal y como la conocemos hoy es en gran parte creación suya. Sin embargo, el trabajo de Noether no se para ahí, a ella le debemos unos nuevos y fructíferos enfoques tanto en topología algebraica –donde cambia el modo en que se trataba la homología– como en teoría de la representación de grupos. Además, Noether también desarrolló otros tantos resultados en álgebra no conmutativa y en teoría de álgebras.

En todo esto, la aportación más importante de Noether a las matemáticas fue crear un elegante nuevo modo de pensar, en el que los conceptos y las relaciones entre ellos ocupaban un lugar central, y lo que antes parecían complicados cálculos y artificios se convertían en sencillas y claras implicaciones.

3. Una pequeña reflexión

Para concluir, simplemente recordemos lo dura que fue la vida de Noether, al tener que luchar contra todo tipo de prejuicios. A pesar de todo, ha pasado a la historia como uno de los mayores algebristas de la historia, y su influencia todavía nos llega a nosotros.

Por ello, de Emmy Noether, aparte de la importancia de ordenar conceptualmente nuestras ideas, hemos de aprender a no perder la ilusión por lo que hacemos ante las dificultades que se nos presenten en nuestra vida, como hizo ella.

Referencias

[1] I. Kleiner. *A History of Abstract Algebra*. Birkhäuser. 2007. ISBN-13 978-0-8176-468-4.

[2] D. Blanco Laserna. *Emmy Noether. Una matemática ideal*. NIVOLA Libros y ediciones, S.L. 2011. ISBN 978-84-92493-79-1.

[3] J. F. Cariñena. *Emmy Noether: innovación y creatividad en Ciencia*. **La Gaceta de la RSME. Vol. 7.2** (2004) pág. 347-369

[4] P. Carrasco *Emmy Noether y el inicio del Álgebra abstracta*. **La Gaceta de la RSME. Vol. 7.2** (2004) pág. 331-346

[5] A. Einstein. *Professor Einstein Writes in Appreciation of a Fellow-Mathematician*. **New York Times**. May 5, 1935. http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Obits2/Noether_Emmy_Einstein.html

[6] Wikipedia, The Free Encyclopedia. http://www.wikipedia.org/

Agradecimientos

Quisiera agradecer tanto a Irune Gurrutxaga como a Aitziber Ibañez el haberme dado la oportunidad de realizar mi aportación a *Un Paseo por la Historia* recordando a la figura de Emmy Noether.

Josué Tonelli Cueto
Estudiante de la Licenciatura en Matemáticas
UPV/EHU

Txominen Sariketa

4. buruketaren ebazpena/Solución del problema 4

Irabazleak/Ganadores

1. **Ebazpen dotoreena/Solución más elegante:** Jon Aldekoa Vázquez (1º Fis.)
2. **Ebazpen originalena/Solución más original:** Inor ez./Nadie.
3. **Hobekien idatzitako ebazpena/Solución mejor redactada:** Imanol Pérez (2º Bach.) [Presentado fuera de plazo]

Zorionak! Joan zaitezte Marta Machoren bulegora (beheko pisua, eskuineko lehen atea)./¡Felicidades! Pasaos por el despacho de Marta Macho (planta baja, primera puerta a la derecha).

Errata

En el problema en castellano, en el enunciado aparecía repetido "de un número" y en la primera pregunta contenía donde decía "¿cuántos números positivos son cuadrados perfectos?" debía decir "¿cuántos cuadrados perfectos menores que n hay?". Pido disculpas.

Ebazpena/Solución

(A la pregunta con errata en castellano, la respuesta es sencilla dado que por cada número natural positivo n podemos dar un número positivo cuadrado perfecto n^2 no repitiendo ninguno en este proceso.)

Lehenik, n zenbakia zenbaki arrunta bada, hura baino txikiagoak diren karratu perfektuak hauek dira:

$$0^2, 1^2 \dots m^2$$

Beraz, $m+1$ karratu perfektuak n baino txikiagoak dira. Así, solo nos queda calcular m; para ello fijémonos en que

$$m = \text{máx}\{a \in \mathbb{N}_0 \,|\, a^2 < n\} = \text{máx}\{a \in \mathbb{N}_0 \,|\, a^2 \leq n-1\} = \text{máx}\{a \in \mathbb{N}_0 \,|\, a \leq \sqrt{n-1}\}$$

Beraz,

$$m = \lfloor \sqrt{n-1} \rfloor$$

Eta, horregatik, n positiboa baldin bada, $\lfloor \sqrt{n-1} \rfloor + 1$ karratu perfektu dira n baino txikiagoak, $n = 0$ kasuan bat ere ez egonik.

En segundo lugar, fijémonos que

$$aabb \equiv -a + a - b + b \equiv 0 (\text{mód } 11)$$

Por lo que 11 divide a $aabb$, y como $aabb$ es cuadrado perfecto y 11 primo, $121 = 11^2$ también lo divide. Horregatik, $aabb$-k honako itxura hau du:

$$121 \cdot n^2$$

Hor, $3 \leq n \leq 9$, zeren eta $121 \cdot 4 < 1000$ eta $121 \cdot 100 > 9999$. Gainera, n ezin da ez 4 ez 5 izan, ezta 6 ere. Dado que si $n = 5$, entonces $b = 5$, pero eso no puede pasar dado que entonces 25 dividiría a $aabb$ y por ello a bb, lo cual es imposible dado que 55 no es múltiplo de 25, si $n = 4$ ó 6 entonces se da que

$$0 \equiv aabb \equiv 3 \cdot b (\text{mód } 4)$$

Y al ser 3 coprimo con 4, concluimos que 4 divide a b, lo cual es imposible si $n = 4$ ó $n = 6$ dado que en esos casos $b = 6$, al darse que

$$121 \cdot n^2 \equiv n^2 \equiv 6 (\text{mód } 10)$$

Orain, lau kasu bakarrik kalkulatu behar dira, eta hauek kakulatuta, zenbaki batek baino ez du betetzen nahi dugun propietatea:

$$7744 = 88^2$$

Txomin Zukalaregi

5. buruketa

Epearen bukaera: 2012-6-1

Lau zifrako zenbat $abcd$ zenbakik betetzen dute $4 \cdot abcd = dcba$ berdintza? Zeintzuk dira horiek?

Sariak:

1. Ebazpen dotoreena: 43 txikle eta matematikari buruzko dibulgazio liburu bat.
2. Ebazpen originalena: 20 txikle eta katilu matematikari polit bat.
3. Hobekien idatzitako ebazpena: 20 txikle eta “Un paseo por la geometría”-ren pack bat edo beste opari bat.

Zorte on!
Txomin Zukalaregi

Problema 5

Fin de convocatoria: 1-6-2012

¿Cuántos números de cuatro cifras $abcd$ verifican $4 \cdot abcd = dcba$? ¿Cuáles son?

Premios:

1. Solución más elegante: 43 chicles y un libro de divulgación matemática.
2. Solución más original: 20 chicles y una bella taza matemática.
3. Solución mejor redactada: 20 chicles y un pack de “Un paseo por la geometría” u otra cosa.

¡Buena suerte!
Txomin Zukalaregi