πkasle

ISSN 2174-9027

5. Zenbakia
2012ko Iraila-Urria

Número 5
Septiembre-Octubre 2012

VOTE FOR CONSTRUCTIVISM

Aurkibidea *Índice*

Zenbaki honen kolaboratzaileak *Las y los colaboradores de este número*

Maitane Amor
Andrea Aresti
Jon Asier Bárcena
Arantzazu Elorduizapatarietxe
Irune Etxarri
Irune Gurrutxaga
Aitziber Ibañez
Irene Llana
Txomin Zukalaregi

Haien laguntza eta lana gabe, ez zen posible izango zenbaki hau.
Sin su ayuda y trabajo, este número no hubiera sido posible.

Agradecimientos a Carlos Beltrán y Luis Miguel Pardo por la concesión de la entrevista.

Bilbon editatuta eta argitaratua. *Editado y publicado en Bilbao.*

This magazine is really thankful to every person who has contributed to LaTeX

Con el apoyo y la financión de:

ZTF-**FCT**
Zientzia eta Teknologia Fakultatea
Facultad de Ciencia y Tecnología

UFI 11/52
Matemáticas y Aplicaciones

-ren sostengurekin eta finantziatzioarekin.

Sobre la portada

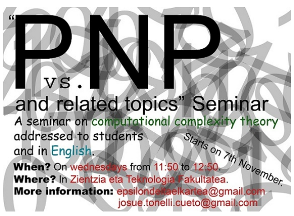
La portada de este número está dedicada a los matemáticos Luitzen Egbertus Jan Brouwer (a la izquierda) y Errett Albert Bishop (a la derecha), los cuales son destacados promotores del constructivismo en matemáticas. Esperamos que esta portada de la revista *πkasle*, con la parte controvertida que acarrea, sea un homenaje a la labor realizada por estos dos matemáticos.

Una nueva asociación estudiantil en la UPV/EHU

El día 5 de octubre, promovida por 23 estudiantes de matemáticas de la Zientzia eta Teknologia Fakultatea-Facultad de Ciencia y Tecnología de la UPV/EHU, fue creada la *Asociación de Estudiantes de Matemáticas Epsilon-Delta Matematika Ikasleen Elkartea*. Esta asociación pretende agrupar a las y los estudiantes de matemáticas de la UPV/EHU con diversos objetivos, entre ellos el de realizar actividades de interés para todas y todos ellos como un banco de documentos, ciclos de conferencias, cursos, seminarios...

Para más información acerca de la asociación o ponerse en contacto con ella escribir a: `epsilondeltaelkartea@gmail.com`

"P vs. NP and related topics" Seminar



Este seminario, a iniciativa de la *Asociación de Estudiantes de Matemáticas Epsilon-Delta Matematika Ikasleen Elkartea*, busca cultivar los fundamentos de la teoría de la complejidad computacional entre el alumnado de matemáticas. Así, el seminario se caracteriza por tratar un tema apartado de los temarios universitarios de matemáticas, como es la complejidad computacional, y por ser desarrollado en inglés a partir de las exposiciones preparadas por las propias y los propios alumnos participantes.

13ª Conferencia de Decanos y Directores de Matemáticas

Del 18 al 20 de octubre tuvo lugar en la Universidad de Cádiz (UCA) la decimotercera edición de la Conferencia de Decanos y Directores de Matemáticas (CDM).

Figura 1: Cartel de la CDM 2012

Las actividades del viernes consistieron en dos mesas redondas que giraron en torno a los estudios de Matemáticas. La primera de ellas, centrada en los estudios de grado, contó con la participación del Director General de la Universidad-Empresa de la UCA, Javier Pérez Fernández, el Presidente de la Asociación Nacional de Estudiantes de Matemáticas (ANEM) Jaime Sánchez Fernández y el Vicerrector de Política académica de la Universidad de Salamanca, José Ángel Domínguez Pérez.

En dicha mesa redonda se trataron temas como la incorporación laboral y las prácticas en empresas. Cabe destacar la intervención de la ANEM en la cual se pusieron en evidencia el importante papel de las Olimpiadas Matemáticas de cara a promocionar los estudios en matemáticas, así como la solicitud de la figura del alumno-tutor o la creación de cursos cero.

La segunda mesa redonda se centró en los estudios de postgrado y la investigación. En esta intervención se mostró una clara preocupación por los elevados precios de los másteres públicos. Esa misma tarde tuvo lugar una visita al casco histórico de Cádiz.

El último día se celebró la asamblea de la CDM. Debido a la preocupación por los importes solicitados por cursar másteres, se convocó una asamblea extraordinaria para principios del próximo año en Madrid. La próxima asamblea ordinaria tendrá lugar en la UPV/EHU.

Para más información: `http://cddm2012.uca.es/resumenes.php`

Clausura del Año de Galois

El 25 de octubre de 2011 se cumplieron 200 años desde el nacimiento del famoso matemático Évariste Galois. Para conmemorar esta fecha, el Departamento de Matemáticas de la UPV/EHU organizó un denominado Año de Galois. Durante todo el año, alumnado y profesorado hemos tenido la oportunidad de asistir a diversas conferencias, seminarios y hasta una escuela internacional avanzada sobre grupos de Galois.

Figura 2: Cartel del año de Galois.

La conferencia de clausura que ofreció Peter M. Neumann el pasado 24 de octubre puso el punto final a este fantástico año. Este matemático británico, profesor retirado de Oxford University, habló de la importancia del trabajo de Galois, situándolo en su contexto histórico. Durante algo más de una hora, compartió con nosotros sus conocimientos e investigaciones, que fueron publicadas en un libro llamado *The Mathematical Writings of Évariste Galois* en octubre del año pasado.

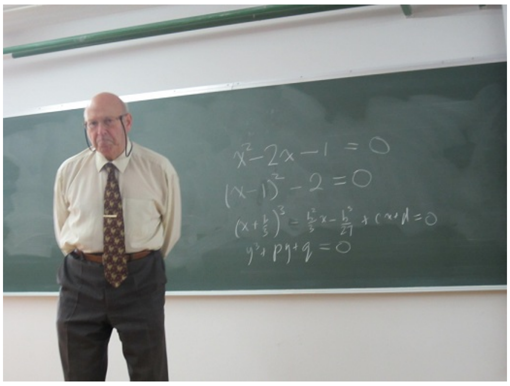


Figura 3: Peter M. Neumann en la clausura.

πkasle ha tenido la oportunidad de hablar con el profesor Neumann; podréis disfrutar de esta entrevista dentro de un par de números.

Ellas hacen ciencia

El pasado jueves 8 de noviembre se dio inicio al ciclo de conferencias Emakumeek zientzia egiten dute / Ellas hacen ciencia. La charla de apertura estuvo a cargo de María Luisa Maillard García, presidenta de la Asociación Matritense de Mujeres Universitarias, y habló sobre el trabajo y la vida de Rita Levi-Montalcini.

A lo largo de los jueves de este mes serán recordadas científicas tan importantes como aquellas privadas del Premio Nobel, Mileva Maric y las mujeres en la informática. Podéis encontrar más información sobre el programa en el blog de la ZTF-FCT y estar al día de las novedades en su página de facebook.

Física en el juzgado

Aitziber Ibañez

Querida lectora o lector, imagina que estás en medio de un juicio, no uno famoso, uno trivial, que parece no atraer la atención de nadie. Piensa ahora en el defendido, te lo imaginas como un abogado encorbatado, ¿verdad?, soltando su verborrea llena de de palabrejas sólo aptas para letrados y lenguófilos, dando la vuelta a las leyes y a los hechos para parecer inocente. ¿Y si cambiamos a este abogado por un físico? Extraño, ¿no?

Nuestro protagonista es el físico Dmitri Krioukov [4], de la Universidad de California, que se basó en argumentos físicos para esquivar una multa de 400 dólares con éxito, según cuenta en su artículo publicado en arXiv [1].

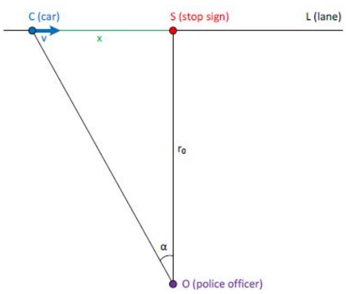


Figura 1: Imagen del artículo de Krioukov

Krioukov fue acusado de saltarse un Stop, pero él afirmó que desde la posición del observador, es decir, el oficial de policía, la vista podía llevar a engaño, ya que éste no medía la velocidad lineal del vehículo, sino la angular, y además el coche frenaba y aceleraba en un periodo muy corto de tiempo. Según él, el policía no podía saber a ciencia cierta si efectivamente se había saltado el stop, o se había detenido, y esta falta de certeza convenció a la jueza.

Hay quien piensa que el artículo es una broma, por inusual y porque fue publicado el 1 de abril, el homólogo del Día de los Inocentes en Estados Unidos y otros países, así que quién sabe. Por otro lado, la jueza que dictaminó sentencia niega que fuera el argumento científico lo que determinó su veredicto.[3] Sólo queda añadir: visto para sentencia.

Referencias

[1] D. Krioukov. *The Proof of Innocence*. **arXiv**. 2012. http://arxiv.org/pdf/1204.0162v1.pdf

[2] *Physicist Uses Math to Beat Traffic Ticket*. **physics central**. http://www.physicscentral.com/buzz/blog/index.cfm?postid=4656335810518469535

[3] L. Klimas. *Court denies physicist's infamous math problem is what got him out of traffic tickect*. **The Blaze**. http://www.theblaze.com/stories/court-denies-physicists-infamous-math-problem-is-what-really-got-him-out-of-traffic-ticket/

[4] Web personal de Dmitri Krioukov. http://www.caida.org/~dima/

[5] M. Macho. *La demostración de tu inocencia... o de como las matemáticas te pueden ayudar a evitar multas*. **ZTFNews**. Mayo, 2012. http://ztfnews.wordpress.com/2012/04/19/la-demostracion-de-tu-inocencia-o-de-como-las-matematicas-te-pueden-ayudar-a-evitar-multas/

Aitziber Ibañez
Estudiante de la Licenciatura en Matemáticas
UPV/EHU

XIII Encuentro Nacional de Estudiantes de Matemáticas

Una experiencia en Murcia.

Andrea Aresti y Josué Tonelli-Cueto

2012ko uztailaren 23tik eta 29ra bitartean, *XIII Encuentro Nacional de Estudiantes de Matemáticas* izan zen Murtzian. Topaketa horretan, Espainiako herrialde guztietako matematika-ikasleak bildu ziren, matematika eta matematikari berriak ezagutzeko. Han egoteko aukerarik izan ez bazenu, artikulu hau irakurriz, topaketan gertatutakoen berri izango duzu.

Entre el 23 y el 29 de julio de este año tuvimos el placer de asistir al XIII Encuentro Nacional de Estudiantes de Matemáticas organizado por la Asociación Nacional de Estudiantes de Matemáticas (ANEM) en Murcia. Durante este evento pudimos disfrutar tanto de ver la presencia de las matemáticas en lugares inesperados, como de momentos más lúdicos en los que hemos podido conocer mejor la provincia de Murcia y gozar de la compañía de las otras personas asistentes.

Figura 1: Conferencia del Dr. Maths.

El primer día, 23 de julio, llegamos en tren justo a tiempo para asistir a la inauguración y escuchar la conferencia “Paseo matemático por los medios de comunicación” de nuestro profesor *Raúl Ibáñez* acerca de la manipulación mediática desde un punto de vista matemático. Después cenamos y conocimos a varias y varios de los participantes de esta edición; además de un pequeño espectáculo cómico para terminar la noche.

El segundo día fue algo más duro y estuvo cargado de conferencias de la mano del Comité *Raising Public Awareness of Mathematics* de la European Mathematical Society (EMS) [2]. A la mañana el profesor *Ehrhard Behrends* nos mostró las diversas conexiones entre la música y la matemática en su conferencia “Matemáticas audibles”, y después la profesora *Silvia Benvenuti* nos enseño que las matemáticas pueden servir de inspiración en arquitectura en su charla “Matemáticas y Arte”.

La tarde fue más participativa; por un lado, el profesor *Steve Humble* (o Dr. Maths) nos mostró el lado mágico de las matemáticas en su coloquio “¡Magia! Barajando magia y matemáticas” y por otro lado, la genuina profesora *Franka Miriam Bruecker*, que realizó su exposición descalza, nos enseño la relación entre las matemáticas y la papiroflexia y la importancia de concienciar a la gente sobre ellas en su taller “El método matemático austero para concienciar a la gente, parte uno: ¡ahorra dinero, dobla papel!”.

Durante este día fue de gran ayuda para todas las personas que no dominaban el inglés el apoyo de la alumna de la universidad de Oxford *Inés Laura Dawson*, quien realizó traducciones simultáneas desde el inglés al castellano en todas estas conferencias.

Durante este mismo día, se nos presentó la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) [3] y *Rafael Crespo García* discutió con todos acerca de la Real Sociedad Matemática Española (RSME) [4] en el coloquio “¿Qué puede hacer la RSME por nosotros? ¿Y nosotros por la RSME?”, el cual sirvió además para ultimar detalles de un eventual convenio entre la ANEM y la RSME y se prolongó más de lo esperado.

Figura 2: Foto-grupo en San Javier (Mar Menor).[8]

El tercer día fue de relax, y estuvimos disfrutando del Mar Menor de Murcia en la localidad de San Javier realizando diversas actividades lúdicas como vela, piragüismo, deportes en la playa, y un paseo en barco por el Mar Menor. Y para cerrar el día tuvimos una competición por equipos de *Sing Star*, en la que disfrutamos cantando en compañía del resto de las y los participantes.

El cuarto día estuvo dedicado a Murcia, en cuanto que fueron profesores murcianos quienes nos deleitaron con sus exposiciones y que realizamos diversas incursiones turísticas en la ciudad de Murcia.

En lo que se refiere a la parte educativa, el profesor *Antonio José Pallarés Ruiz* nos hablo de desigualdades en “Desigualdades más o menos sencillas (algebraicas, geométricas, funcionales,. . .) con algunas aplicaciones”; el profesor *Andrés Nortes Checa*, representando a la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM) [5], nos habló acerca de diversos juegos y métodos para acercar los números al alumnado en secundaria en “Los números dentro y fuera del aula”; el profesor *José Orihuela Calatayud* nos habló acerca de la relación entre las matemáticas y la economía en “La Matemática de los Mercados Financieros” y, al final, el profesor *Leandro Marín Muñoz* nos enseñó la criptografía y su historia llena de matemáticos durante la Segunda Guerra Mundial en el taller “La Máquina Enigma y cómo los criptógrafos intervinieron de forma decisiva en la derrota alemana en la Segunda Guerra Mundial” en la que además realizamos diversos ejercicios con una máquina *Enigma* simplificada.

Y en lo que se refiere a conocer la ciudad de Murcia, visitamos el *Museo Salzillo de Murcia* y ya a la noche, tras un día de conferencias, realizamos una visita nocturna por la ciudad en la que además de pasear al lado de la catedral, recorrimos diversas tascas murcianas.

Figura 3: Foto-grupo el foro romano de Cartagena.[8]

El quinto día fue día de turismo en el que a la mañana visitamos la Cueva del Puerto y realizamos el descenso de un tramo del río Segura gracias al ayuntamiento de Calasparra, y a la tarde disfrutamos de las localidades de Caravaca de la Cruz y Cehegín.

El sexto día fue un día mixto. Así, a la mañana visitamos la ciudad de Cartagena y su teatro romano; y ya por la tarde, el profesor *Pablo Mira Carrillo* nos deleitó con las matemáticas que se esconden en el jabón en la conferencia “Geometría tras una película de jabón” y el profesor *Victor Jímenez López* nos mostró cómo se esconden las matemáticas en la literatura en la conferencia “De OuLiPo, Berge y cómo resolver un crimen usando teoría de grafos”.

Para terminar el día, se celebró la Asamblea General de la ANEM donde se decidieron los cargos de su junta directiva y se debatió acerca de la situación y el futuro de la asociación. Además, se recordo que el XIV ENEM se celebrará en Mallorca y se decidió celebrar la XV edición del ENEM en Málaga.

Figura 4: Foto durante la Asamblea General.

Tras un periodo de reunión seria tocaba celebrar el último día en Murcia, y así, tras la “ultima cena” de este ENEM, todas y todos los participantes fuimos a compartir y celebrar bajo la luna de Murcia ese día que quedaba antes del último día.

Finalmente, el séptimo y último día, 29 de julio, realizamos el acto de clausura y descubrimos numerosas curiosidades matemáticas de la mano de *Miguel Ángel Morales Medina* (o ˆDiAmOnDˆ) en la conferencia “2012 curiosidades matemáticas (o casi)”. El XIII Encuentro Nacional de Estudiantes de Matemáticas había concluido con muy buenas experiencias a las espaldas.

En definitiva, consideramos que el XIII ENEM es una gran experiencia a ser vivida por cualquier estudiante de matemáticas en la que aprenderá algo de matemáticas, hará algo de turismo, disfrutará de momentos de diversión y, lo más importante, conocerá y se relacionará con distintas personas que son también estudiantes de matemáticas.

Además, un aspecto curioso de este encuentro es que las universidades del norte estaban menos representadas que las del sur. Este aspecto fue señalado en el propio encuentro, y por ello, animamos a todas y todos los estudiantes de universidades del norte a decidirse a ir al XIV ENEM.

Referencias

[1] *Página web del 13ENEM*. http://www.um.es/13enem/13-enem/

[2] *Mathematics in Europe*. **EMS**. http://www.mathematics-in-europe.eu/

[3] *Página web de la FESPM*. http://www.fespm.es/

[4] *Página web de la RSME*. http://www.rsme.es/

[5] *Página web de la SEIEM*. http://www.seiem.es/

[6] *Celebrado el XIII ENEM en Murcia*. **Boletín de la RSME, número 325**. Pág. 2. http://www.rsme.es/org/secret/Boletin325.pdf

[7] *13ENEM*. **Eulerianos**. http://eulerianos.com/13enem/

[8] Fotografía de Lucía Vázquez Rodríguez.

Agradecimientos

Queremos agradecer personalmente a la ANEM, y en particular a los organizadores de esta edición del ENEM: Jaime Sánchez Fernandez, Pedro Vicente López Bañon, Mikel González Merino y Eva Primo Tárraga; la excelente labor de organización que nos ha permitido disfrutar de esta experiencia en Murcia.

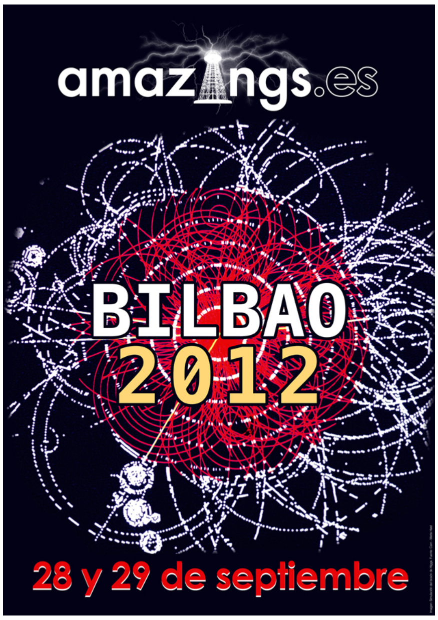
Además, la revista πkasle agradece a la **UFI 11/52 Matemáticas y Aplicaciones** la ayuda económica prestada para enviar un representante de la revista al XIII ENEM.

Andrea Aresti y **Josué Tonelli-Cueto**
Estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas
UPV/EHU

Amazings Bilbao 2012, so amazing

Jon Asier Bárcena

Irailaren 28an eta 29an, Amazings aldizkariak [1] hitzaldi sorta bat antolatu zuen Bilbon: Amazings Bilbao 2012. Aldizkari horretako artikuluak, gehienbat, zientziaren arlokoak dira, beti dibulgaziokoak eta, askotan, inoiz bururatuko ez zaizkizun gaiei buruzkoak.



Aurtengo edizioan, txostengile ugarik hartu zuten parte; [2] eskarmentu handikoak haiek guztiak dibulgazio-arloan. Hitzaldiek bi helburu zituzten: zerbait berri irakastea eta barre-algarak eragitea. Eta guztiak bideoz jaso ziren: EITBn eskegita daude; beraz, hitzaldietara joaterik izan ez zutenek aukera dute haien bideoak ikusteko. [3] Nire gomendioa horixe da, behederen.

Ekitaldiei dagokienez, asko eta askotarikoak izan ziren, eta ezinezkoa litzateke g uztiak artikulu honetan jasotzea. Hala ere, haiei buruzko ideia bat ematearren, hitzaldietako batzuk aipatuko ditut; ostiral goizeko eta larunbat arratsaldeko emanaldietako zenbait, hain zuzen. Hitzaldi horiek lagin bat baizik ez dira; izan ere, oso zaila da hobea zein den erabakitzea.

Ostiral goizean, Francis Villatorik “Los números que no se puede calcular” hitzaldia egin zuen, Alan Turingi buruzkoa. Hartan, Alanen teoriak azaldu zituen hizlariak; baina ez zion ikuspegi komikorik eman hitzaldiari. Jose Antonio Prado Basak, bestalde, matematikan logikoak diruditen iruzurrei buruz hitz egin zigun. Besteak beste, zati zero ezkutuka egiteaz jardun zuen: berdintza matematiko bat duzunean, ezin dezakezu zati zero egin, zeroak ez baitu inbertsorik. Zenbakiak erabiltzen direlarik, argi dago ez dela egiten zatiketa hori; letrak erabiltzen direnean, ordea, ahaztu egiten da ezin hori. Alegia, baldin $a = b$ berdintza frogatu baduzu, eta $9(a-b) = 3(a-b)$ bada, ez duzu zilegi zati $a-b$ egitea, zati zero egitea baita. Eta, eginez gero, absurdo batera ailegatzen da. Hitzaldi horren bideoa ikustea gomendatzen dut. Ostirala lan-eguna zen, eta jende gutxiago bertaratu zen; halere, egun horretako hitzaldiak ere kalitate onekoak izan ziren.

Larunbat arratsaldean, fisikariek eta biologoek bikain egin zuten. Quirantes, esaterako, hitzaldia atzekoz aurrera, hots, bukaeratik hasierara ematen saiatu zen, ordena hori bat baitzetorren haren gaiarekin (nola eraiki denbora-makina bat). Baliabide linguistikoak erabiliz efektu hori lortu zuen. Biologoek, bestalde, azaldu zuten, besteak beste, marrazki bizidunetako animalien eta benetakoen arteko alderaketak modu pedagogiko batean erabili ote zitezkeen.

Matematikari bat ere mintzatu zen arratsalde hartan: Miguel ángel Morales jauna. Matematikaren historiari buruz hitz egin zuen, eta, zehatz-mehatz, Fermaten azken teoremari buruz. Moralesek gezurtatu egin zuen Fermatek bazekiela teorema horren froga; egia esan, 1990eko hamarkada arte ez zen guztiz frogatu. Andrew Wilesek coup-de-grâce eman zuen, baina XIX. eta XX. mendeetako matematikari ugarik orduak, asteak eta urteak eman zituzten teorema horren frogapenaren bila, batzuk (hala nola Euler, Germain, Kummer, Cauchy) beste batzuk baino arrakasta handiagoz. Teorema horrek matematikari askoren lan-bizitza kontsumitu zuen. Wilesek, frogapeneko akats bat zela eta, ez zuen Fields domina eskuratu; izan ere, akats hori zuzendu zuen arren, zuzendu zuenerako, “zaharregia” zen: 42 urte besterik ez zuen, baina domina hori jasotzeko, 40 urte baino gutxiago izan behar da. Hitzaldian argi geratu zen teorema horren frogapenean, hamaika matematikarik parte hartu zutela: batzuek, Fermaten susmoa hartuta, eta bestetzuek, zerbait gaineratu nahian.

Oro har, giro itzela egon zen. Hitzaldi gehienetan, guztiz bete zen gela, eta, haiek bukatuta, jendeak ahal beste txalo egin zuen. Datorren urtean ere ekitaldi hau egiten bada, hartara joatea gomendatzen diot irakurleari, eta, bereziki, ahalik eta lasterren ailegatzea; izan ere, saioa hasteko hamabost minutu falta zirela, gela guztiz bete zen, eta hitzaldiak proiektatuta ikusten ziren gela ia-ia.

Erreferentziak

[1] `http://amazings.es/`

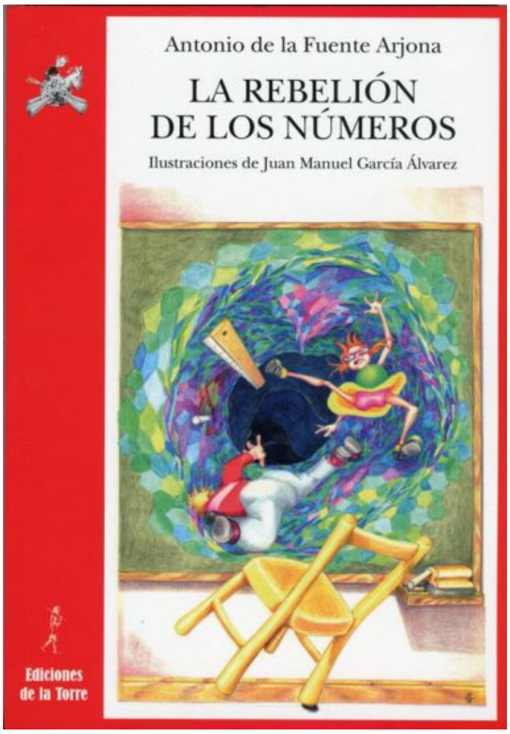
[2] `http://naukas.com/2012/08/07/amazingsbilbao2012programa/`

[3] `http://www.eitb.tv/es/#/video/1872461538001`

Jon Asier Bárcena
Matematikazko Graduko ikaslea
UPV/EHU

Reseña:
La rebelión de los números

Irene Llana



La rebelión de los números es un libro que nos conecta el mundo del teatro con el de las matemáticas, en el que tenemos como guías del recorrido a "La Panda de Los últimos de la Clase", y por supuesto, a los Números. Está escrito por Antonio de la Fuente Arjona, que además de la rebelión de los números, ha escrito otros tres libros de la colección Alba y Mayo Teatro de Ediciones De la Torre, que comparten el mismo objetivo: mostrar el teatro como una herramienta en la escuela.

La primera escena se nos presenta con una asamblea donde participan los números y los signos, y en ella discuten sobre la importancia de cada uno de ellos y se quejan de lo mal que los y las estudiantes los tratan. Tras divertidas discusiones entre ellos, llegan a la conclusión de que tienen que tomar cartas en el asunto y deciden raptar al profesor de matemáticas. Para poder rescatarlo, los estudiantes tendrán que entrar en el misterioso mundo de los números donde tendrán que resolver una serie de problemas.

El libro está distribuido en ocho escenas, y cada una de ellas va sobre el problema que "La Panda" tiene que resolver. En cada escena aparece un nuevo personaje que actúa como llave para pasar a la siguiente prueba. Los desafíos son enigmas matemáticos relacionados con el tiempo, cálculo de cantidades, música etc. y se anima a los lectores y lectoras a participar en ellas planteando preguntas relacionadas con el tema o animando a resolver el propio enigma.

Además de los acertijos, "La Panda" se encuentra con diversos problemas, como por ejemplo que cada vez que alguno dice una frase en contra de las matemáticas un número se ve sustituido por un sonido. Así, poco a poco los y las protagonistas se van dando cuenta de la importancia de las matemáticas en su día a día y lo difícil que resultaría la vida sin ellas.

De un modo divertido y lleno de aventuras, el autor nos abre un camino de aprender las matemáticas en las aulas. Haciendo esa conexión con el mundo del teatro, la rebelión de los números ayuda a romper esa barrera que hay entre las ciencias y las letras que en el fondo tan relacionadas están.

Si queréis saber más sobre Antonio y su proyecto, podéis consultar su página web: [1]

Referencias

[1] `http://delafuentearjona.viadomus.com/`

Irene Llana
Estudiante de la Licenciatura en Matemáticas
UPV/EHU

Entrevista a Carlos Beltrán y Luis Miguel Pardo

Por Josué Tonelli-Cueto y *Ricardo Grande*

En 1997, emulando a Hilbert y su lista de problemas, Stephen Smale publica una lista de 18 problemas que considera que es importante resolver de cara al progreso de las matemáticas. Uno de estos problemas, el 17, pedía un algoritmo uniforme para resolver sistemas de ecuaciones polinomiales y fue resuelto por dos matemáticos españoles: Carlos Beltrán y Luis Miguel Pardo. Desde πkasle nos acercamos a entrevistarlos y para que nos den su visión acerca de diversos aspectos de la matemática actual.

Figura 1: Carlos Beltrán (C) y Luis Miguel Pardo (LM).

En primer lugar nuestra felicitación por el logro.

C: Muchas gracias por vuestra felicitación y gracias también por el esfuerzo de venir a entrevistarnos.

LM: Lo mismo digo.

Para ir entrando en calor, ¿en qué consiste el problema 17 de Smale?

C: Es una forma moderna de enunciar el problema clásico de la resolución de sistemas de ecuaciones polinomiales, que aparece en muchas aplicaciones y aparte es uno de los objetos matemáticos elementales que uno quiere entender. La forma clásica de enfocarlo es tratar de resolver el sistema de una u otra manera, y la forma más moderna es tratar de encontrar algoritmos que resuelvan el problema.

Ahora que tenemos ordenadores, el problema de Smale consiste en ser capaces de resolver sistemas de ecuaciones polinomiales encontrando el valor de cada incógnita para que eso se haga cero. Habrá mucha soluciones, el problema es encontrar una rápidamente y rápidamente aquí tiene un significado técnico, no es simplemente una forma de hablar. Significa que se haga en tiempo polinomial, que básicamente es la forma de expresar cuando un algoritmo se considera eficiente.

En eso consiste el problema.

LM: En realidad, la motivación de Smale nace de sus trabajos de los ochenta sobre equilibros en economía y su descubrimiento de la ausencia de algoritmos para calcularlos. Posteriormente sus ideas se desarrollan en una secuencia de profundos trabajos que escribió con Mike Shub, que quizás es la persona que más nos ha influido a los dos, en los años noventa. Para resolver el sistema de ecuaciones polinomiales montaron una estrategia enormemente compleja, con una enorme dosis de matemáticas, para diseñar el algoritmo.

Y llegaron a una cosa muy curiosa: la existencia de un punto milagroso, que si lo conoces te permite resolver realmente las ecuaciones; pero nadie sabía encontrar puntos milagrosos.

Brevemente, ¿cómo habéis atacado el problema?

LM: La idea que nosotros aportamos es una idea que viene bastante de atrás. Debe haber un punto milagroso, nadie sabe encontrarlo, ¿por qué tengo que buscarlo? En lugar de eso, cambio la necesidad de encontrar los puntos milagrosos por la necesidad de elegirlos al azar. Entonces el planteamiento del problema es desarrollar un algoritmo que hace elección al azar de puntos milagrosos.

Y ahora las partes duras son dos: demostrar que hay muchos, que si eliges al azar se encuentran razonablemente bien; y que además funcionan bien una vez elegidos. Estas son las tres ideas básicas: pensar probabilísticamente, elegir el universo donde se pueden elegir bien al azar y demostrar que una vez elegidos funcionan como se espera. Y esa es nuestra única aportación.

C: Que no es poco. A mi me gusta una analogía que se entiende fácilmente por cualquiera que haya estudiado un poco de ecuaciones diferenciales. Cuando tienes una ecuación diferencial para conocer la solución en tiempo t, necesitas la ecuación diferencial y lo que vale en $t = 0$. Así, Shub y Smale, que son los dos grandes titanes de esto, realmente construyeron una gran montaña que es la ecuación diferencial que permite llegar a la respuesta que tú quieres, pero no saben encontrar el punto inicial para ello.

Y eso es lo que nosotros hicimos. Nos dimos cuenta de que en efecto se puede elegir al azar uno que con alta probabilidad es bueno, y además que la forma de elegirlo es razonable.

LM: La idea, de hecho, no es nueva en algún sentido, es decir, la idea de algoritmos probabilistas es estándar y existe desde los años sesenta. Lo que ocurre es que en este contexto no se había pensado, ¿por qué? Pues básicamente porque la tecnología es completamente distinta, es decir, aquí es un contexto continuo y siempre se había utilizado un contexto discreto.

¿Y en que consistía ese trabajo previo de Shub y Smale?

C: Desarrollaron un algoritmo, basado en una idea muy sencilla: la homotopía, que es una cosa vieja y que se ha usado mucho.

Imagínate que estás hablando de resolver una ecuación cuadrática. Ahora si yo muevo los coeficientes de mi polinomio, la fórmula conocida se mueve también, pero se mueve de una forma continua diferenciable casi siempre. Uno puede controlar cómo se mueve la solución en función de cómo se mueve el polinomio, el chiste de la homotopía es que uno no necesita conocer la fórmula para saber en qué dirección se mueve la solución. Y así puedes obtener la solución a base de deformar el sistema y seguirla.

LM: Un punto importante es que, a pesar de que la idea de deformación la trataba muchísima gente, sólo a Shub y Smale se les ocurrió que no había que pensar sólo en la deformación, sino también en cuantificar qué pasa cuando deformas, es decir, como vas siguiendo el camino desde un lugar conocido a un lugar desconocido.

Además, Shub y Smale descubren que la manera de seguir caminos está dominado por una cantidad que inventó Turing y que se llama el condicionamiento. Que el condicionamiento, que toda la gente de análisis numérico siempre lo había visto como un invariante de la estabilidad de los algoritmos, sea realmente el invariante que controla la complejidad de un proceso es la mayor idea, desde mi perspectiva, de su colaboración. Eso fue un avance espectacular científicamente en el contexto en el que vivimos.

Suponemos que no fue cosa de un día para otro decidir trabajar en este problema, ¿qué fue lo que os llevo a pensar sobre él?

LM: El porqué me he metido en este problema es más o menos así. Antes del 99, estaba trabajando en resolver sistemas de ecuaciones polinomiales mediante la computación simbólica, que viene de la geometría algebraica efectiva, y que es famosa en una forma nada eficiente, como son las bases de Groebner, las cuales han dominado el espectro de la algorítmica simbólica desde los años 70-80.

En los años 90, Marc Giusti, Joos Heintz y yo nos propusimos hacer cosas completamente distintas en el marco de un proyecto europeo que se llamaba *PoSSo*, Polynomial System Solver. Y acabamos desarrollando una serie de métodos, los métodos Tera-Kronecker, que culminamos hacia los años 97-98, y que son los más eficientes posibles para resolver ecuaciones polinomiales en el ámbito simbólico y de la Geometría Algebraica Efectiva.

Para completar la historia, son anécdotas de abueletes, debo hablar de un lugar encantador en Alemania, que se llama Schloss Dagstuhl y que he visitado mucho en los años 90. Este lugar es un castillo barroco, que ahora es un centro internacional de encuentros matemáticos e informáticos, y que es muy especial. La primera sorpresa es que al llegar te asignan tu habitación y no te dan la llave, luego cuando vas a ella abres la puerta, dejas tus cosas y te vas, pero la habitación no se cierra nunca; porque se parte del principio de que las sesenta personas que hay ahí son científicos reputados y muy buena gente.

C: Esos son los más peligrosos. (Reímos.)

LM: En este lugar, hay un concepto estupendo que es la "bodeguilla", la cave. Es una pequeña y maravillosa bodega de vinos que estaban a tu acceso, donde tú tomabas la botella de vino, anotabas tu nombre y lo que debías, y el día que te ibas lo pagabas. Allí estábamos, a finales de los 90, Marc Giusti, Mike Shub y yo, alrededor de una botella de Domaine Saint-Emilion, hablando de matemáticas y de nuestros respectivos algoritmos. En un momento de la conversación, Mike se pone chulo y dice: "Pues nuestro algoritmo es, un 80 % de las veces, más rápido que el vuestro". Y yo, que no había estudiado su algoritmo, me quedé así, con cara de no entender.

A la vuelta de Dagstuhl, me leo sus artículos y me doy cuenta de que no hay algoritmo. No lo entiendo, pero ¿de qué habla Mike? Y es justo en esa época en la que aparece la famosa lista de problemas de Smale. No hay nada más divertido que te provoquen así. O sea, que te digan chulescamente "lo nuestro es mejor" y luego descubras que no hay un "nuestro". Y así me empiezo a interesar por el problema.

C: Yo diría que es cierto, Mike se equivocaba. No es un 80 % de veces más rápido su algoritmo, es un 99 % de veces más rápido. Sólo que no estaba terminado, les faltaba esa piececita que nosotros pusimos. (Reímos.)

LM: Yo lo tengo muy claro: los diseñadores de carrocerías, como Lamborgini, hacen coches muy eficientes areodinámicamente, pero si no les pones ruedas y motor no andan, y tienen que acudir a Maranello para que Ferrari les "preste" motores y neumáticos y fabricar automóviles verdaderamente eficientes. Mike quería decir otra cosa. (Reímos.)

C: Es verdad, dimos con esa piececita, en realidad pieza. Porque cuando falta una pieza uno no sabe como de grande es. Puede ser grande, puede ser pequeña, hasta que alguien la encuentra y sabe cómo es.

Resolver o incluso intentar resolver un problema de estos debe ser toda una aventura; ¿cómo ha sido ese camino hasta llegar a la solución final? ¿A qué tipo de dificultades os tuvisteis que enfrentar?

LM: La verdad, yo venía del mundo del álgebra y la geometría algebraica, y el análisis numérico era otro planeta para mí, por lo que tengo que cambiar de planeta. Y eso cuesta tiempo, entonces empiezo a trabajar con algunos de mis alumnos: David Castro, Jorge San Martín, y, finalmente ya, Carlos. En las tesis se tratan distintas aproximaciones al problema. Así, con Carlos es con quien tenemos ya los medios para atacar el problema.

Pero, no es una flor de un día, es un camino de diez años. Para Carlos son cuatro, para él es más rápido, siempre es más rápido para ellos. El asunto es que en ese momento ya tenemos las posibilidades de empezar con el problema, y ahí es cuando surge la idea.

C: Así es, yo cuando entro a hacer la tesis ya está Luis Miguel metido en estas cosas. Me soltó los artículos de Shub y Smale, y estuve mucho tiempo estudiándolos hasta que consigo ponerme un poco al nivel de lo que va cociéndose. Y a base de pensar muchas horas en ese tema y en otros problemas relacionados, como el condicionamiento de las matrices singulares, nos fuimos metiendo en otros temas de condicionamiento no lineal y nos íbamos aproximando al problema. No voy a decir sin quererlo, porque obviamente sabíamos que allí estaba el problema y que había algo gordo. Pero en un momento dado, de repente nos dimos cuenta de que había una camino al centro del mismo.

LM: En realidad era una estrategia como los indios rodeando a los vaqueros, tú vas dando vueltas y vueltas hasta que por fin se gastan los vaqueros y entras... En general suele pasar que tú tienes un problema objetivo, pero no tienes ni las ideas ni las técnicas para atacarlo. Lo que enfrentas son como problemas colaterales que te permitan entender lo que realmente vas a necesitar. Si los problemas colaterales ya te crean muchas dificultades para ser resueltos, entonces es que el camino elegido es malo. Parte de la situación por aquel entonces era esa, y ahí fue cuando la colaboración entre Carlos y yo fue como un empuje total porque empezaron a salir cosas y los vaqueros se iban desgastando.

¿Qué se siente al llegar a la solución del problema?

C ¿Tú te acuerdas?

LM: Yo me acuerdo de una cosa, a mi nunca se me ocurrió pensar que iba a salir tan pronto. (Reímos.) Eso también lo tengo muy claro.

C: Es que en realidad, cuando estábamos haciendo cosas cerca, pero teníamos miedo de tirar más. Ahora, en un momento dado, de repente, salió el pez gordo...

LM: En realidad fue una mala suerte. (Nos reímos.)

C: Ah, ¿sí?

LM: Muchas veces en matemáticas hay problemas que te permiten vivir toda una vida y no tienes que resolverlos. Eso es muy conveniente, porque en el mundo científico hay famosos problemas de los que muchos científicos han hecho aportaciones muy relevantes sin haberlos resuelto y, justo por eso, pueden seguir trabajando en ellos. Cuando tú tienes un problema motivo/objetivo y lo resuelves es un desastre, porque ahora tienes que buscar un problema nuevo para hacer investigación. Y te surge una dificultad: ¿con qué vas a ocupar tu tiempo libre?

Así que yo creo que fue un fallo, un fallo gravísimo. (Nos reímos.) Esto es muy complicado de explicar, y lo estoy diciendo exageradamente. En general en matemáticas hay montones de problemas para investigar, y para algunos de ellos, tras avanzar en algunas direcciones, alguien llega y dice que son difíciles, que se ha llegado a una barrera, que no se puede avanzar más. Aquí, hay dos tipos de posturas. La postura estándar de la inmensa mayoría de la gente: olvido el asunto y voy a hacer otra cosa más productiva en otro sitio, en otro ámbito. Y también existe la postura difícil y arriesgada, la de la gente que trabaja en el entorno de cosas muy duras y que tiene un mérito especial: la cosa es difícil, pero el objetivo no es necesariamente resolverlo, sino intentarlo.

Si resuelves un problema difícil se cae una importante parte del pastel, porque claro, ¿y ahora qué? Ya está, ¿y ahora? Esa situación es muy parecida a la de una mina, donde estás buscando algún filón de mineral. Si lo encuentras y lo agotas, y quieres seguir siendo minero, tienes que volver a empezar buscando un nuevo filón. Y eso es agotador. A veces, es más conveniente sacar, de poco en poco, oro de tu mina de oro para ir rellenando las nóminas, y pagar tu hipoteca y tus gastos corrientes, que resolver el problema. En algún sentido es mala suerte, pero es idiota total lo que estoy diciendo. (Reímos.)

C: Es un buen chiste.

LM: Pero tiene algo de verdad.

C: Es cierto que, sobre todo en el sistema español, pero también parcialmente en el resto del mundo, se mide la calidad científica de los individuos un poco al peso, o sea, "¡tiene 58 artículos!" y "Bah... sólo tiene diez...". No es radicalmente así, pero algo próximo, y claro muchas veces es conveniente para el currículum personal estar en problemas relativamente asequibles, que te permite un ritmo de publicaciones constante, y no enfrentarte a un problema gordo de verdad que no sabes si va a salir o no. Si, finalmente, resuelves tu problema objetivo duro consigues una super-publicación, pero el del despacho de al lado ha hecho 17 publicaciones, de las llamadas "de calidad", y al peso convencional te machaca. Es arriesgado y, lo más preocupante, el sistema académico español no sabe bien como valorarlo. Y esto afecta especialmente a los jóvenes investigadores que inician su carrera científica.

Anteriormente habéis hablado de la importante labor de Shub y Smale, ¿por qué creéis que no hay un Shub y Smale españoles?

LM: Realmente, Shub y Smale han tenido en muchos ámbitos científicos una influencia que es espectacular. Respecto a Smale, yo creo que es uno, si no el que más, de los matemáticos más relevantes de los últimos cincuenta años. Habrá gente que opinará distinto, pero, viendo su obra, yo lo siento realmente así. Smale es posiblemente una de las cabezas más brillantes de este periodo de la historia y cuando se junta con su exalumno Mike Shub saltan chispas. No sé que pensará Carlos que es más cercano a Mike que yo.

C: Con Mike, que es con el que más cercano soy, saltan chispas sin necesidad de catalizadores. Realmente, son gente muy muy brillante.

LM: Aquí hay que señalar que tienen una ventaja frente a investigadores españoles. Yo no voy a quitar brillantez a los individuos, pero hay un aspecto muy importante, que es una de las grandes carencias del sistema español y que, desgraciadamente, no se insiste en ello con suficiente fuerza.

Una de las razones por las que somos científicamente menos competitivos, a pesar de que España ha mejorado mucho en matemática internacionalmente, es la falta de Escuelas. Y, ¿qué es una Escuela científica?. Es un lugar físico donde confluyen gentes con cabezas muy diversas y pasan muchas horas discutiendo de ciencia y creando ciencia nueva, conocimiento. Además, todo el entorno de esas escuelas científicas (la administración, la docencia, la gestión, los fondos...) está a favor de que esa gente siga haciendo ciencia, no tenga que preocuparse de otras cosas y, muy especialmente, que dispongan de la estabilidad a medio y largo plazo para emprender objetivos de los considerados inalcanzables.

En España el concepto es el contrario, y eso es malo para la calidad científica del producto final. Se potencia el currículum individual, como elemento necesario para poder encontrar puestos de trabajo, y se valoran aspectos que potencian la individualidad como la "sombra proyectada por los co-autores", la "dirección personal de proyectos de investigación" o la "cantidad de publicaciones de clase media", con lo que el individuo se ve forzado a producir individualmente, mucho y "de clase media" para poder competir en el sistema.

De algún modo se persigue inquisitorialmente el trabajo colaborativo y los grupos acaban segregándose. Mientras el científico necesita un entorno estable, colaborativo y enriquecedor, en España se potencia la competencia directa entre individuos lo que, a medio plazo, revienta la estabilidad de los grupos de investigación, de las Escuelas científicas, que funcionan muy bien a corto plazo, pero tienen dificultades de establecerse y perdurar más allá de una decena de años.

Por ejemplo, la escuela científica que monta Smale en Berkeley entorno a sistemas dinámicos y topología. En ese grupo está Smale, está Mike Shub, está Charles Pugh, está John Franks, está Moe Hirsch, está Jacob Palis, y está casi toda la gente que influye y desarrolla los sistemas dinámicos y la topología diferencial en la segunda mitad del siglo XX. Y justo cuando pasan los años y Smale se jubila en Berkeley, emprende otras cosas, empieza de nuevo otra vez, con Shub en la distancia, a montar todo un colectivo de gente, toda una escuela, cuyo centro está en Hong Kong, en torno a la

complejidad computacional. Pero esta escuela original de Berkeley sigue activa y en expansión, cincuenta años más tarde.
Este hecho de facilitar la creación de grupos colectivos de trabajo que no necesariamente estén todos a un tiempo, pero que pueden trabajar juntos y que pueden interactuar e influenciarse mutuamente es una cosa espectacular. Y eso les da una gran ventaja, la ventaja del grupo de Smale y sus alumnos en Berkeley es increíble. No es igual aprender del ombligo del mundo cuando vives en él y, a la larga, tu aportación científica, tu creación, será espectacularmente mejor por haber recibido ese impulso adicional desde el inicio. Das más de ti mismo.
Nadie sabe si Smale habría podido desarrollar esos trabajos y esas investigaciones si se hubiera quedado en su Michigan natal, en la pequeña escuela cientifica de Raoul Bott. En Berkeley le dieron la posibilidad de montar una escuela con, una libertad de acción, inimaginable en el sistema español, y la estabilidad de casi cuarenta años, incluyendo los viajes “a las Playas de Río”, que le permitieron constituir una escuela científica estable que aún hoy perdura. Esto no es sólo el genio, también es la estabilidad del entorno.
De este modo, cambiar la dinámica no colaborativa y poco estable del sistema académico español es esencial para estar, en Matemáticas, al nivel de Francia, Alemania o cualquiera de los países emergentes como China. Sino será como levantar una catedral, que comienzas a derribar tan pronto colocas la aguja en lo alto de la torre del campanario. Al final no habrá catedral, a lo más, un trozo de catedral nueva a medio camino de construirse o derribarse, según el momento.
Muchas gracias.

Sudokua

Bideo-jokoak baino famatuagoa?

Irune Etxarri eta Arantzazu Elorduizapatarietxe

Nahiz eta teknologia berriek gero eta eragin handiagoa izan, denbora-pasak beti egongo dira gure bihotzean.

Uste denez, denbora-pasa honek Leonhard Euler matematikari suitzarraren (1707-1783) lanak ditu oinarri, eta lehen zenbakizko puzzleak XIX. mendean agertu ziren, Frantziako zenbait egunkaritan. Gaur egungo sudokua, ordea, 1970etik 1990era bitarteko hamarkadetan sortu eta garatu zen. Prentsan, 2004ean agertu ziren lehen sudokuak (*The Time* egukarian, hain zuzen), eta 2005etik aurrera, Ingalaterrako egunkari askok sartu zuten debora-pasa hau bere orrialdeetan. Harrezkero, mundu osora zabaldu zen.

Jolasaren helburua 9×9 gelaxkako lauki bat zenbakiz edo letraz betetzea da (laukia 3×3 gelaxkako azpilaukitan banatua dago; *kutxa* edo *eskualde* deritze azpilauki horiei). Jolasaren hasieran, pista modura, gelaxka batzuetan zenbaki bana ageri da, eta, egoera horretatik abiatuta, hutsik dauden gelaxkak bete behar dira, 1etik 9rako zenbakiez.

Gelaxkak betetzeko, koloreak, letrak edota irudiak erabil daitezke; hala ere, argitasun handiagoa izatekotan, zenbakiak erabiltzea da komenigarriena. Jolasteko zernahi erabiltzen delarik ere, bederatzi elementu desberdin izatea da garrantzitsua, eta elementu horiek ezin dira zutabe, errenkada eta eskualde beretan errepikatu. Sudokua ongi planteatuta dago baldin ebazpen bakarra badauka.

1					7		9	
	3			2				8
		9	6			5		
		5	3			9		
	1			8				2
6					4			
3							1	
	4							7
		7				3		

Irudia 1: Sudoku bat

1. Ebazteko irizpideak

Sudoku errazak ebazteko, ez da irizpide berezirik behar, baina amarru batzuk jakin behar dira sudoku zailagoak egin nahi badira.

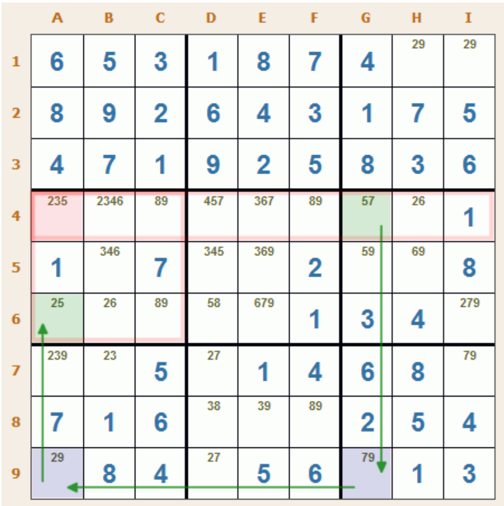
1.1. Hautagai zenbakiaren erabilera.

Irizpide hau gelaxka bakoitzaren goiko aldean hautagaiak idaztean datza, hau da, gelaxka bakoitzean posible diren zenbaki guztiak idaztean.

1.2. XY katea.

Kate bat osatzen da talde bereko (errenkada, zutabe edo eskualde bereko) gelaxkez. Kate hori sortzeko, batetik, gelaxkek bina hautagai eduki behar dituzte; bestetik, errenkada edo zutabe berean diren gelaxkek hautagai bat izan behar dute komun, eta, azkenik, katearen hasierako gelaxkak eta bukaerakoak hautagai komun bat izan behar dute, z deritzona. Horiek horrela, baldin katetik kanpoko gelaxka batek z hautagai hori badauka eta katearen hasierako gelaxkaren eta bukaerakoaren talde berekoa bada, orduan z hautagaia ezabatu egin daiteke katetik kanpoko gelaxka horretatik.

Hona hemen adibide bat:
Katea G4 gelaxkan hasten eta A6 gelaxkan bukatzen da. Hasierako gelaxakak (G4) hautagai komun bat du G9 gelaxkarekin (7); horrek, A9rekin (9), eta, azkenik, A6 eta A9 gelaxkek hautagai komun bera dute (2).
Katearen muturrak G4 eta A6 gelaxkak dira, eta 5 hautagaia komun dute (horixe da, beraz, kasu honetan, z hautagia). A4 gelaxka, ostera, katetik kanpokoa da, baina G4ren errenkadan eta A6ren eskualdean dago (hots, gelaxka horien talde beretakoa da), eta, halaber, z hautagaia du (5); beraz, A4 gelaxka horretatik 5 hautagaia ezaba daiteke.

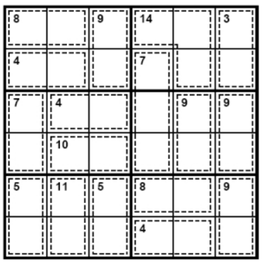


Irudia 2: Adibidea

2. Beste sudoku mota batzuk

2.1. Killer

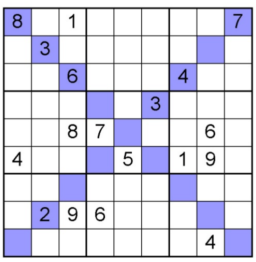
Sudoku klasikoaren antzeko jolasa da. Ez ditugu, ordea, hasierako zenbakiak. Sudoku mota honetan, gelaxkak bloketan elkarturik daude punteaketa bidez (ikus irudia). Bloke horietako bakoitzak zenbaki txiki bat dauka idatzirik izkina batean; zenbaki horrek blokea osatzen duten gelaxketako zenbakien batura adierazten digu.



Irudia 3: Killer

2.2. Diagonala

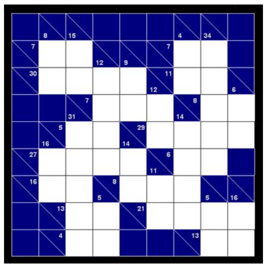
Sudokuaren itxura berdina dauka, baina, batetik, bi diagonal nagusiak koloreztatuta daude, eta, bestetik, diagonalei ere aplikatzen zaizkie arauak, errenkadei eta zutabei ez ezik.



Irudia 4: Diagonala

2.3. Kakuroa

Jolas honetan, zutabe eta errenkada bakoitzak "zenbaki berezi" bat dauka: zutabeetan, goiko aldean agertzen da zenbakia, eta errenkadetan, berriz, ezkerreko aldean. Zenbaki berezi horrek zutabeko zenbakien edo errenkadakoen batura adierazten digu, baina kontu handiz egin behar da batura, ezin baitira zenbakiak errepikatu zutabe eta errenkada bakoitzean.



Irudia 5: Kakuroa

Erreferentziak

[1] M. Merino. *Sudokus y modelización*. **Un paseo por la geometría 2009-2010**. R. Ibáñez y M. Macho (ed.). 2010. UPV/EHU. 21-39. 0r. `http://divulgamat2.ehu.es/divulgamat15/index.php?option=com_docman&task=doc_download&gid=970&Itemid=`

Webguneak

[2] *Historia y Nacimiento del Sudoku*. **Publispain.com** `http://www.publispain.com/sudoku/historia_de_sudoku.html`

[3] *Como resolver sudokus*. **El reloj de arena**. `http://www.publispain.com/sudoku/historia_de_sudoku.html`

[4] Wikipedia, The Free Encyclopedia. `http://www.wikipedia.org/`

Irune Etxarri eta **Arantzazu Elorduizapatarietxe**
Matematikazko Lizenziatuak
UPV/EHU

Paul Erdös

. . . el mago de Budapest

Irune Gurrutxaga

Estimadas y estimados *pikaslianos*, una vez más, cogemos prestado un rincón de la revista para dar a conocer, o mejor dicho, para recordar a Paul Erdös, matemático que si bien era pequeño y escuchimizado, se hacía presente en infinidad de sitios, como luego veremos. Erdös, que trabajó en infinidad de campos: teoría de grafos, de números, de conjuntos, de aproximación, combinatoria y probabilidad, análisis clásico, etc., pero que además se hizo célebre por su excéntrica personalidad, dejó memorables anécdotas entre los numerosísimos colegas con los que formó equipo a lo largo de su vida.

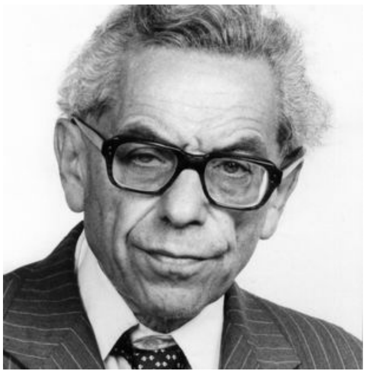


Figura 1: Paul Erdös.

Paul Erdös nació en Budapest (Hungría) el 26 de marzo de 1913 en el seno de una familia de origen judío. Pocos días antes de su nacimiento, sus pequeñas hermanas de apenas 3 y 5 años morían de escarlatina, esa infecciosa enfermedad que aunque hoy día no tiene apenas incidencia en nuestra sociedad, en aquel tiempo era uno de los principales factores de mortalidad infantil.

A este doloroso suceso, le acompañó el estallido de la Primera Guerra Mundial cuando Paul apenas acababa de cumplir un año. Su padre Lajos, que había sido movilizado para servir al ejército austrohúngaro, fue hecho prisionero por los rusos y llevado a Siberia y el pequeño Paul creció bajo cierta, y comprensible, sobreprotección por parte de su madre Anna. De hecho mantuvo a Paul alejado de la escuela hasta los 14 años y le proporcionó un tutor para que no tuviera que salir de casa.

Parece que desde pequeño a Paul le apasionaban las matemáticas tanto como a sus padres, que eran profesores de esta materia. Dicen que a la temprana edad de 3 años ya era capaz de sumar números de tres cifras con facilidad. Con estos antecedentes no es de extrañar que semejante niño prodigio fuera reconocido en su madurez como "*el mago de Budapest*" por la elegancia de sus métodos de resolución de problemas.

La vida de Paul se desarrolló en un contexto histórico europeo muy complicado para todos, pero especialmente para los judíos. De hecho, recién terminada la Gran Guerra, por el Tratado de Trianon, Hungría fue desmembrada y perdió más del 70 % de su territorio. El sentimiento de humillación y la mutilación territorial fue aprovechado por partidos ultranacionalistas que fueron asumiendo el control del país y promulgando unas leyes raciales antisemitas similares a las que trece años más tarde Hitler instauraría en Alemania.

A pesar de las restricciones a los judíos, Erdös, por su especial capacidad para las matemáticas, consiguió ingresar en la universidad de Budapest en 1930 y se doctoró con 21 años. A medida que se extendía el antisemitismo y el "*sistema autocrático conservador*" como definió a su gobierno el dictador Miklós Horthy, Paul, cumplidos 23 años, se trasladó a Manchester para realizar estudios de postgrado. En 1938, ante el clima prebélico que se respiraba en Europa, decidió establecerse en Estados Unidos, y fue en la Universidad de Princeton donde, en colaboración con Marc Kac, otro famoso matemático judío europeo exiliado, propuso su famosa "*Teoría Probabilística de Números*" llamada también Teorema de Erdös-Kac [4].

Al cabo de un año abandonó Princeton comenzando su extraordinario peregrinar profesional que le llevaría a recorrer numerosos países portando la vieja maleta con cuatro libros y una bolsa de plástico "*de unos grandes almacenes de Budapest*" como únicos enseres, que le caracterizaría a lo largo de su vida. Y es que, como le gustaba decir, todo lo importante lo llevaba en su cabeza.

Se dedicaría en adelante a recorrer el mundo, de universidad en universidad, de casa en casa, llevando una vida nada convencional, sin buscar honores ni premios y sin importarle nada más que las matemáticas.

Tampoco los convencionalismos sociales porque tenía la "manía" de presentarse sin previo aviso, sin importarle ni la hora ni el día, con la frase "*abre tu mente porque vengo a traerte la luz*".

Este deambular no impidió a Erdös publicar más de 1500 artículos, la mayoría en coautoría, en toda clase de revistas y desde todas las partes del mundo, tanto es así que se llegó a decir que aquel que no hubiera tenido el honor de recibir la visita de Erdös no era un verdadero matemático. Y es que nuestro peculiar personaje no estaba hecho para las formalidades ni normas.

Paul Erdös falleció el 20 de septiembre de 1996 a la edad de 83 años, mientras asistía a una conferencia en Varsovia (Polonia). De un fallo del corazón, se dijo. Pero como veremos más adelante a Erdös si algo no le falló, en vida, además de su mente, era su buen corazón. En el bolsillo de su chaqueta llevaba la documentación que le acreditaba para su próxima conferencia en Lituania. Se puede afirmar que Erdös murió como vivió, viajando de un país a otro.

Tras su muerte, la comunidad matemática estableció una curiosa numeración llamada "*número de Erdös*", del cual os animamos a leer una interesante referencia en Gaussianos. Mediante este número se establecía la influencia de un matemático en la comunidad científica. Paul Erdös tenía fijado, como no podía ser de otro modo, el número de Erdös igual a 0. Cualquier persona que hubiera colaborado con él tendría asignado el número de Erdös igual a 1. Toda persona que hubiera trabajado con una persona que tuviera número de Erdös igual a 1 tendría asignado el número de Erdös igual a 2 y así sucesivamente.

Figura 2: El número de Erdös.

¿Pero por qué se estableció este curioso número de Erdös? Puede entenderse si decimos que hay constancia de que Erdös colaboró con más de 600 matemáticos y matemáticas de todas partes del mundo. Se comenta que en los selectos y exclusivos círculos matemáticos es muy difícil encontrar a un matemático o matemática que tenga un número de Erdös mayor a 8, precisamente por la cantidad de colaboraciones y publicaciones que hizo nuestro singular personaje.

Por otro lado, tal fue la resonancia vital de Erdös que, en la St. Gregory's of Nysses, una iglesia episcopaliana de San Francisco, encontramos en un mural del ábside a Paul "bailando" nada menos que entre Ghandi y Martín Lutero; y es que en esta extraordinaria iglesia se representa una procesión de 90 "santos danzantes" de diferentes religiones y distintas disciplinas.[5] Ahí encontramos todo tipo de personas que han aportado su conocimiento, inspiración o arte en campos como la música, el cine, el deporte, la ciencia, la arquitectura, la religión, el pensamiento, etc. Para los fieles de esta congregación estos "*santos y santas*" han sido bendecidos por el toque divino que les ha hecho destacar en su especialidad, sin importar raza, sexo ni religión y por ello se merecen un hueco en esta iglesia. Y ahí merece estar Erdös.

Figura 3: El "santo" Erdös danzando.

Para terminar esta aproximación a Paul Erdös, procede relatar alguna de las anécdotas de la faceta "friki" de su carácter y personalidad que no dejaba a nadie indiferente. Erdös, nacido judío, decía de si mismo que era ateo y se refería a Dios como el Supremo Fascista que se guardaba las demostraciones más hermosas sin compartirlas con los humanos. En contraposición a la Torah, a la Biblia o al Corán, "*Libros*" donde se recogen las revelaciones divinas, para Erdös *El Libro verdadero*, no era ninguno de aquellos, sino un libro imaginario en el cual Dios tenía escritas esas hermosas pruebas de los teoremas matemáticos y que serían adquiribles solo por el esfuerzo y la capacidad de razonamiento científico.

Erdös también fue conocido por su humildad y por su compasión, una prueba de ello es que cuando recibió en 1984 el prestigioso premio Wolf en Matemáticas, de los 50 000$ que recibió, solo se quedó con 720$. Vaya uno a saber por qué se quedó exactamente con esa cantidad pero era habitual en Erdös, que casi todo el dinero que ganaba lo dedicara, además de ayudar económicamente a personas más necesitadas, a los premios que el mismo otorgaba y que iban de 10$ por la resolución elegante de un problema sencillo, hasta los 10.000$ por un problema "*sin esperanza*" como él solía llamarlos.

Y es que este bohemio de la ciencia, que no tuvo ni mujer ni descendencia, sólo necesitaba el capital estrictamente necesario para proseguir su deambular y particular viaje. ¡Ah! y su vieja maleta con cuatro libros y su bolsa de plástico casera. Todo lo demás lo llevaba consigo siempre. En su cabeza.

Referencias

[1] Miguel Ángel Morales Medina. *El número de Erdös*. **Gaussianos**.`http://gaussianos.com/el-numero-de-erdos/`

[2] *Biografía de Paul Erdös*. **Sangakao**. `http://www.sangakoo.com/blog/erdos/`

[3] Gonzalo Ugidos. *Paul Erdös*. **Vidas contadas**. rtve.`http://www.rtve.es/alacarta/audios/vidas-contadas/vidas-contadas-paul-erdos-26-01-12/1304620/`

[4] E.W. Weisstein. *Erdös-Kac Theorem*. **MathWorld**. `http://mathworld.wolfram.com/Erdos-KacTheorem.html`

[5] All saints company. *Dancing saints*. `http://www.allsaintscompany.org/icons/dancing-saints`

[6] Wikipedia, The Free Encyclopedia. `http://www.wikipedia.org/`

Irune Gurrutxaga
Estudiante de la Licenciatura en Matemáticas
UPV/EHU

Txominen Sariketa

5. buruketaren ebazpena/Solución del problema 5
Irabazleak/Ganadores

1. **Ebazpen dotoreena/Solución más elegante:** Erik Ardeo (1º Mat.)

2. **Ebazpen originalena/Solución más original:** Jon Aldekoa (1º Fis.)

3. **Hobekien idatzitako ebazpena/Solución mejor redactada:** Iván Esteban (1º Fis.)

Zorionak! Joan zaitezte Marta Machoren bulegora (beheko pisua, eskuineko lehen atea)./¡Felicidades! Pasaos por el despacho de Marta Macho (planta baja, primera puerta a la derecha).
Ebazpena/Solución
Fijémonos, que necesariamente a es menor o igual que dos, dado que sino $4abcd$ no sería un número de cuatro cifras. Ahora, como $a \neq 0$, tenemos que $a = 1$ ó $a = 2$. Pero por otro lado, a es la última cifra de $4abcd$ y por tanto debe ser par, y así, $a = 2$.

Bestalde, $d = 8$ edo $d = 9$, baina $4 \cdot 9$ azken zifra ez da 2; beraz, $d = 8$. Momentu honetan, zeren eta $4(2bc8) = 8cb2$ betetzen den, b $4c+3$ azken zifra da, eta horregatik, b bakoitia da; baina, $4b$-k bakarrik zifra bat izan dezake $4 \cdot 2 = 8$ delako. Por ello, $b \leq 2$, y al ser b impar, $b = 1$.

Finalmente, se ve que $c = 7$ es la única posibilidad consistente. Y por ello, el único número de cuatro cifras que verifica la propiedad deseada es: 2178.

Txomin Zukalaregi

Estimadas y estimados alumnos de la Facultad de Ciencia y Tecnología,
Mi nombre es Txomin Zukalaregi, soy un matemático de Euskadi no adscrito a la Universidad del País Vasco. Quizás me conoceis gracias al concurso que organicé alguno de los cursos pasados. Este año vuelve el concurso de Txomin más o menos como ya lo conociáis del año pasado. Así, las nuevas bases son:

1. Puede participar en el concurso cualquier persona que se encuentre cursando los estudios de grado o licenciatura en la Facultad de Ciencia y Tecnología de la Universidad del País Vasco.
2. Los problemas serán anunciados en el corcho, y publicados en la revista de estudiantes de matemáticas "πkasle".
3. Las soluciones han de ser entregadas a Marta Macho en su despacho, o enviadas a `txomin.zukalaregi@gmail.com`
4. El plazo de entrega finalizará en la fecha que se indique.
5. Se admite la participación en grupos con un máximo de cuatro personas por grupo. En dicho caso, el premio se otorgarán al grupo como ente indivual, y este decidirá como repartirlo entre sus miembros.
6. Las soluciones ganadoras serán anunciadas en el corcho y publicadas en el número "πkasle", y se premiarán las siguientes modalidades:
   a) Solución más elegante.
   b) Solución más original.
   c) Solución mejor redactada.
7. Nadie podrá ser premiado en más de una modalidad. Podrán quedar modalidades sin premiados.
8. Los premios serán repartidos por Marta Macho en su despacho.
9. Se podrán presentar soluciones incompletas, que serán valoradas.

Espero que este año os animéis a participar más gente.

Firmado,
Txomin Zukalaregi.

PD: Quiero agradecer a "πkasle" que siga apoyando esta iniciativa, y en particular a Marta Macho-Stadler y Josué Tonelli Cueto por sus donaciones de premios y a Julio García por su apoyo en el euskera.

Zientzia eta Teknologia Fakultateko ikasleok:
Nire izena Txomin Zukalaregi da. Euskal Herriko Unibertsitatera adskribatu gabeko matematikaria naiz. Matematika ikasten baduzue, seguru asko ezagutzen nauzue, sariketa bat antolatu baitut aurreko ikasturte batzuetan. Aurten berriro itzuli da Txominen sariketa, iazko itxura bertsua duelarik.
Sariketaren oinarri berriak hauexek dira:

1. Euskal Herriko Unibertsitateko Zientzia eta Teknologia Fakultatean gradu- edo lizentzia-ikasketak egiten ari den edozein ikaslek har dezake parte.
2. Buruketak matematikako eta fisikako ikasgeletako informazio-oholetan iragarriko dira, eta "πkasle" aldizkarian argitaratuko.
3. Ebazpenak Marta Macho irakasleari eman beharko zaizkio eskura, edo nire posta elektronikora bidali: `txomin.zukalaregi@gmail.com`
4. Ebazpenak aurkezteko epea buruketa bakoitzean esaten duena izango da.
5. Taldeek ere har dezakete parte; gehienez, lau kidekoak izango dira. Saria talde osoari emango zaio, pertsona bakarra izango balitz bezala, eta taldeak erabakiko du saria kideen artean nola banatu.
6. Irabazleen ebazpenak informazio-oholetan adieraziko dira, eta "πkasle" aldizkarian argitaratuko. Honako modalitate hauek sarituko dira:
   a) Ebazpen dotoreena.
   b) Ebazpen originalena.
   c) hobekien idatzitako ebazpena.
7. Inork ez du modalitate bat baino gehiagotan jasoko saria, eta irabazlerik gabe gera daitezke modalitateak.
8. Sariak Marta Macho irakasleak banatuko ditu bere bulegoan.
9. Bukatu gabeko ebazpenak ere aurkez daitezke; kontuan hartuko dira.

Aurten jende gehiago animatzea espero dut.

Sinatuta:
Txomin Zukalaregi.

P.D.: "πkasle"-ri eskerrak eman nahi dizkiot ekimen honi laguntza ematen jarraitzeagatik, eta, bereziki, Marta Macho-Stadlerri eta Josué Tonelli Cuetori, sariak emateagatik, eta Julio Garciari, euskararekin laguntzeagatik.

1. buruketa

Epearen bukaera: 2012-10-31

Bi lagun euro bateko txanponak mahai zirkular batean ipiniz ari dira jolasten; baldintza da ez dutela txanpon bat beste txanpon baten gainean jarri behar. Jokalari batek, txanponik ipini ezin duenean, galdu egingo du. Ba al dauka jokalariren batek estrategia irabazlerik? Eta mahaiak zulorik izango balu zentroan? Behar-beharrezkoa al da mahaia zirkularra izatea bi kasuetan?

Sariak:

1. Ebazpen dotoreena: 20 txikle eta matematikari buruzko dibulgazio-liburu bat.
2. Ebazpen originalena: 20 txikle eta matematikari buruzko dibulgazio-liburu bat.
3. Hobekien idatzitako ebazpena: 20 txikle eta “Un paseo por la geometría” hitzaldi sortaren pack bat, edo beste opari bat.

Zorte on!
Txomin Zukalaregi

Problema 1

Fin de convocatoria: 31-10-2012

Dos jugadoras/es juegan a poner monedas de un euro en una mesa circular bajo la condición de que una moneda no puede ir sobre otras monedas. Una/un jugadora/or pierde cuando ya no puede colocar monedas. ¿Alguno/a de las/los dos jugadores/as tiene una estrategia ganadora? ¿Y si la mesa tiene un agujero en el centro? ¿Es esencial que la mesa tenga forma circular en cualquiera de los casos?

Premios:

1. Solución más elegante: 20 chicles y un libro de divulgación matemática.
2. Solución más original: 20 chicles y un libro de divulgación matemática.
3. Solución mejor redactada: 20 chicles y un pack de “Un paseo por la geometría” u otra cosa.

¡Buena suerte!
Txomin Zukalaregi

1. buruketaren ebazpena/Solución del problema 1
Irabazleak/Ganadores

1. **Ebazpen dotoreena/Solución más elegante:** Iván Esteban (2º Fis.)
2. **Ebazpen originalena/Solución más original:** Imanol Pérez (1º Mat.)
3. **Hobekien idatzitako ebazpena/Solución mejor redactada:** Ander Garro (2º Fis.)

Zorionak! Joan zaitezte Marta Machoren bulegora (beheko pisua, eskuineko lehen atea)./¡Felicidades! Pasaos por el despacho de Marta Macho (planta baja, primera puerta a la derecha).

Ebazpena/Solución

Jolasaren edozein aldaeratan, jokalari irabazleak ziur izan behar du beste jokalariaren ostean ipin dezakeela txanpon bat. Lehen aldaeran (mahaiak ez du zulorik erdian), lehen jokalariak dauka estrategia irabazlea. Horretarako, lehen txanpona mahaiaren zentroan jarri behar du, eta gainerako txanponak, beste jokalariak bereak ipintzen dituen lekuaren simetriko kokatu behar ditu, mahaiaren zentroarekiko. Izan ere, bigarren jokalariak, mahaiaren zentroarekiko simetria dela bide, txanpona edozein lekutan ipinita, lehen jokalariari aukera ematen dio txanpona mahaiaren zentroarekiko leku horren simetriko jartzeko. Eta horregatik, azaldu den bezala, beti ipin dezake txanpon bat lehen jokalariak bigarren jokalariak berea ipini eta gero.

Bigarren aldaeran (mahaiak zuloa du erdian), bigarren jokalariak irabazten du, lehen jokalariak lehen aldaeran erabilitako estrategia bera baliatuz. Horretarako, bere txanpona lehen jokalariaren txanponaren simetriko ipini behar du, mahaiaren zentroarekiko (gogoan izan lehen jokalariak ezin izan duela zentroan jarri bere lehen txanpona, zulo bat baitago). Mahaiaren zentroarekiko simetria dela eta, lehen jokalariak txanpona edozein lekutan ipinita, leku horren simetriko koka dezake bigarren jokalariak berea, mahaiaren zentroarekiko. Eta, modu horretan, bigarren jokalariak beti ipin dezake txanpon bat lehen jokalariak txanpona ipini eta gero.

Azkenik, azaldu diren bi aldaeretan (zuloduna edo zulorik gabea) ikusi ahal da mahaiak simetria zentrala edukitzea dela garrantzitsuena. Horrenbestez, simetria zentraldun edozein mahaitarako balio dute gure argudioek, haren itxura zeinahi delarik ere.

En cualquiera de las variantes, gana la o el jugador que pueda garantizar colocar moneda siempre que lo coloque la otra y otro jugador.

En la primera variante, la o el primer jugador es quien tiene la estrategia ganadora. Para ello, debe colocar la primera moneda en el centro de la mesa y después cada una de las monedas en la posición simétrica respecto al centro de donde la coloque la o el segundo jugador, dado que de la simetría central hace que si la o el segundo jugador puede colocar una moneda en un punto también se puede colocar en el punto simétrico. Y por ello la o el primer jugador podrá colocar siempre moneda después de la o el segundo jugador como se ha indicado.

En la segunda variante, la o el segundo jugador es quien gana aplicando la misma estrategia de la o el primer jugador en la primera variante. Y esto funciona, dado que ahora la simetría central hace siempre que la o el jugador puede colocar una moneda en un punto también se puede colocar en el punto simétrico, obteniéndose que de este modo la o el segundo jugador podrá colocar la moneda como se indica después de la o el primer jugador.

Finalmente, puede verse que lo esencial es la simetría respecto al centro en la mesa considerado -con o sin agujero-. Por ello, vale cualquier otra forma con esta condición.

Txomin Zukalaregi

2. buruketa

Epearen bukaera: 2013-1-1

Zeintzuk zenbaki lehenentzat da $2^p + p^2$ batura ere zenbaki lehen?

Sariak:

1. Ebazpen dotoreena: 20 txikle eta matematikari buruzko dibulgazio liburu bat.
2. Ebazpen originalena: 20 txikle eta matematikari buruzko dibulgazio liburu bat.
3. Hobekien idatzitako ebazpena: 20 txikle eta "Un paseo por la geometría"-ren pack bat edo beste opari bat.

Zorte on!
Txomin Zukalaregi

Problema 2

Fin de convocatoria: 1-1-2013

¿Para qué primos es $2^p + p^2$ primo?

Premios:

1. Solución más elegante: 20 chicles y un libro de divulgación matemática.
2. Solución más original: 20 chicles y un libro de divulgación matemática.
3. Solución mejor redactada: 20 chicles y un pack de "Un paseo por la geometría" u otra cosa.

¡Buena suerte!
Txomin Zukalaregi