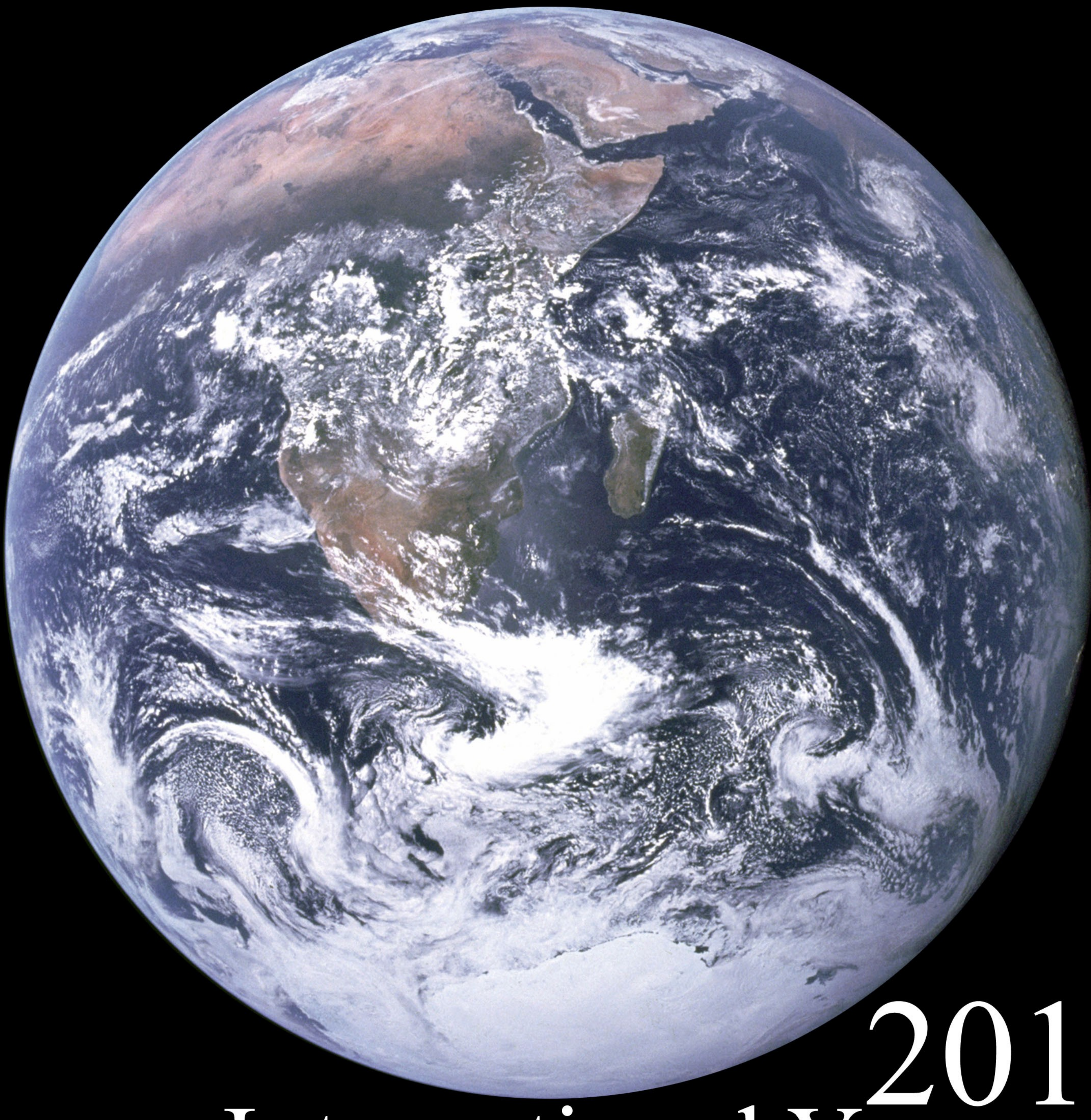
πkasle

ISSN 2174-9027

6. Zenbakia
2012ko Azaroa-Abendua/2013ko Urtarrila

Número 6
Noviembre-Diciembre 2012/Enero 2013



2013
International Year of
Mathematics of
Planet Earth

Aurkibidea *Índice*

Zenbaki honen kolaboratzaileak *Las y los colaboradores de este número*

Maitane Amor
Aitziber Ibañez
Irene Llana
Jesse Madnick
Mario Morales
Imanol Pérez
Manuel Santos
Txomin Zukalaregi

Haien laguntza eta lana gabe, ez zen posible izango zenbaki hau.
Sin su ayuda y trabajo, este número no hubiera sido posible.

Agradecimientos a David Cox por la concesión de la entrevista.

Bilbon editatuta eta argitaratua. *Editado y publicado en Bilbao.*

This magazine is really thankful to every person who has contributed to LaTeX

Con el apoyo y la financión de:

ZTF-**FCT**
Zientzia eta Teknologia Fakultatea
Facultad de Ciencia y Tecnología

UFI 11/52
Matemáticas y Aplicaciones

-ren sostengurekin eta finantziatzioarekin.

PIkasle ganadora en la Categoría de Ciencias de los III Premios al Alumnado que mejor haya difundido la imagen de la UPV/EHU

Nuestra revista, PIkasle, ha resultado ganadora del primer premio en la categoría de Ciencias en los *III Premios al Alumnado que mejor haya difundido la imagen de la UPV/EHU*. Este premio supone un reconocimiento al trabajo de todos y todas las colaboradoras de PIkasle. Además, queremos dar gracias a todas y todos los lectores de PIkasle, por seguirnos número a número.

Sobre la portada: MPE2013

La portada de este número (hecha a partir de una foto del *Apollo 17*) se ha dedicado al Año Internacional de las Matemáticas del Planeta Tierra, o por sus siglas en inglés, MPE2013. Este año tiene como objetivo mostrar cómo las matemáticas ayudan en la comprensión del planeta Tierra y los complejos procesos que ocurren en él, y así mostrar cómo juegan un papel fundamental en afrontar los problemas y retos de cara a este siglo, como puede ser el cambio climático.

Más información en: `http://mpe2013.org/`

International Year of Statistics

2013 es además el Año Internacional de la Estadística. Durante este año se quiere transmitir lo que es la estadística y su papel en la ciencia y vida actuales.

Más información en su página web: `http://www.statistics2013.org/`

M4TEMOZIOA 2013

El 7 de marzo de este año, a las 19:00, en la sala Bastida de la Alhóndiga (Bilbao) tendrá lugar la segunda conferencia del ciclo M4TEMOZIOA, que organiza el *bcam*. La conferencia de Christiane Rousseau, presidenta del MPE2013, tratará sobre las matemáticas del planeta Tierra mostrándose “el papel de las matemáticas en el descubrimiento, la comprensión de nuestro planeta, y los desafíos para ayudar a protegerla.”

Dado que la conferencia tendrá aforo limitado, es necesario inscribirse por adelantado vía el e-mail: `m4temozioa@bcamath.org`

Más información en: `http://www.bcamath.org/en/workshops/m4temozioa-ii-christiane-rousseau`

Ciclo de conferencias Experiencias Epsilon-Delta

A partir del miércoles 27 de febrero, la asociación de estudiantes de matemáticas Epsilon-Delta pone en marcha un ciclo de conferencias sobre divulgación matemática. Las charlas serán en el aula **0.26** a las **12:00** a lo largo de los miércoles que aparecen en el programa. Se oferta **1 crédito de libre elección** ó **0,3 créditos optativos**. Inscríbete (para los créditos) mandando un email a `epsilondeltaelkartea@gmail.com` con nombre completo y datos de contacto **antes del 26 de febrero**. Es preciso asistir **al menos a 5 conferencias**.

Epsilon-Delta esperientziak hitzaldi sorta

Otsailaren 27tik aurrera, Epsilon-Delta matematikako ikasleen elkarteak antolatutako matematikari buruzko hitzaldi sorta hasiko da. Hitzaldiak egitarauan agertzen diren asteazkenetan, **12:00etan**, **0.26** gelan izango dira. **Aukera askeko kreditu 1** edo **0,3 hautazko kreditu** eskainiko dira. Izen ema ezazu (kredituak lortzeko) **otsailaren 26a** baino lehen `epsilondeltaelkartea@gmail.com` helbidera email bat bidaliz zure izen-deiturak eta harreman-datuak adieraziz. Gutxienez **bost hitzalditara** joan behar da.

¿Quieres colaborar con PIkasle y publicar un artículo a tu nombre?

¡Anímate!
¡Mándanos tu artículo a `pikasle@gmail.com`!

Más información en www.pikasle.com.

PIkaslen parte hartu eta artikulu bat zure izenean argitaratu nahi duzu?

Animatu zaitez!
Bidal iezaguzu zure artikulua `pikasle@gmail.com` helbidera!

Informazio gehiago www.pikasle.com webgunean.

¿Son raras las mujeres de talento?

Con motivo del Día Internacional de las Mujeres el 8 de marzo, tendrá lugar en el Paraninfo de la Facultad de Ciencia y Tecnología de la UPV/EHU la representación de la obra de teatro "¿Son raras las mujeres de talento?" a las 11:30 de la mañana.

Esta obra, adaptación de *Les femmes de génie sont rares ?* de Anne Rougée, es producida por el *Máster en Artes y Ciencias del Espectáculo* de la UPV/EHU y auspiciada por la *Dirección para la Igualdad* de la UPV/EHU, y busca revindicar el papel de la mujer en la ciencia.

 ISSN 2174-9027

¿Son las matemáticas un arte?

Jesse Madnick

Durante el mes de enero, nuestra revista planteó la pregunta "¿Son las matemáticas un arte?" a través de las redes sociales. A pesar de que inicialmente esperábamos una respuesta favorable a la cuestión, la cual sí se ha dado en la encuesta, una de las respuesta más interesantes y completas ha sido una en contra. Es esta respuesta, junto a su traducción, la que exponemos a continuación.

No, I don't think math is an art.

It's true that math has creative aspects. The process of discovering new proofs, or inventing new definitions, is a creative one.

However, a physicist (say) might argue that creating the right lab experiment is also a creative process. (The experiments which demonstrate that light is the universal speed limit are, I think, quite inventive.) So, is physics an art? To me, just because something has a creative component doesn't make it an art.

For that matter, mathematics is more than just creating proofs or inventing definitions.

More fundamentally, there are still right and wrong answers in mathematics. There are concrete problems to be solved. This is not true of, say, poetry or painting.

I think the reason a lot of mathematicians want to call math an art is to (A) distinguish it from science, and (B) distinguish it from the rote calculations of elementary math. For the first point, I don't think math is a science (though I've heard some good arguments in that regard), but that doesn't make it an art. And for the second: elementary math, however rote, is still math!

Jesse Madnick
First year PhD Student
Stanford University

No, no creo que las matemáticas sean un arte.

Es cierto que las matemáticas tienen aspectos creativos. El proceso de descubrir nuevas demostraciones o inventar nuevas definiciones es creativo.

Sin embargo, un/a físico/a (por ejemplo) puede argumentar que crear el experimento de laboratorio adecuado es también un proceso creativo (los experimentos que demuestran que la luz es el límite universal de velocidad son bastante ingeniosos, creo yo). Por lo tanto, ¿es la física un arte? Para mi, el hecho de que algo tenga una componente creativa no lo convierte en un arte.

Es más, las matemáticas son más que únicamente crear demostraciones o inventar definiciones.

Más fundamentalmente, hay todavía respuestas correctas e incorrectas en matemáticas, hay problemas concretos por resolver. Esto no es cierto, digamos, en la poesía o la pintura.

Creo que la razón por la que un montón de matemáticos/as quieren llamar a la matemática arte es (A) para distinguirla de la ciencia, y (B) para distinguirla de los rutinarios cálculos de la matemática elemental. Respecto al primer punto, no creo que las matemáticas sean una ciencia (aunque he oído muy buenos argumentos a favor de esa postura), pero eso no las hace un arte. Y respecto al segundo: la matemática elemental, aunque rutinaria, ¡sigue siendo matemática!

Jesse Madnick
Estudiante de Primer Año de Doctorado
Universidad de Stanford

Traducción por Josué Tonelli-Cueto.

Vodka marca Mendeleiev

Aitziber Ibañez

Todos conocemos a este gran químico por ser el padre de la tabla periódica, que ordena los elementos según su masa atómica. Menos conocida es su aportación a la historia del vodka.

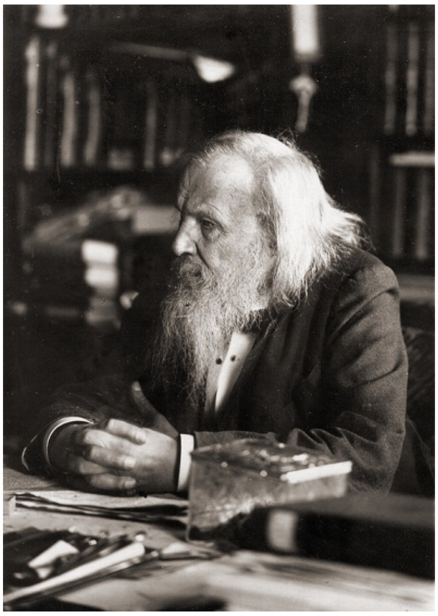


Figura 1: Dimitri Mendeleiev.

Dimitri Mendeleiev nació el 8 de febrero de 1834 en Tobolsk, Rusia, y fue el menor de diecisiete hermanos. Tuvo una infancia dura, y pudo acceder a estudios superiores gracias al apoyo de su madre. Desde pequeño destacó en ciencias, en especial en matemáticas, y su vida como investigador fue de lo más fructífera desde que se graduó en 1855 hasta su muerte, el 2 de febrero de 1907, aunque su trabajo no fue siempre reconocido en Rusia, debido a sus ideas liberales.

Esta bebida era habitualmente destilada en Rusia, en cada casa, ya que es de fácil elaboración a partir de cualquier cereal, incluso de la patata. A consecuencia de ello, había una gran diversidad de bebidas denominadas como vodka, que significa "agüita" en ruso, cuya graduación podía ir desde los 10^{o} hasta los 50^{o}. Por ello, se vio la necesidad de establecer cuál debía de ser su graduación, y tal tarea le fue encomendada a Mendeleiev en 1894, cuando ocupaba el cargo de director de la Oficina de Pesos y Medidas de Rusia.

Teniendo en cuenta que la mezcla de agua y alcohol es un proceso exotérmico, y que la cantidad de calor emitido depende de la graduación del alcohol y del resto de sustancias disueltas en la mezcla, Mendeleiev estableció que para que el sabor fuera óptimo (y las consecuencias al día siguiente mínimas), la graduación del vodka debía de ser de 40^{o}. Cuando la graduación es mayor, el calor producido en la boca mezclada con la humedad es percibida por el cuerpo como sequedad (factor que tiende a empeorar las resacas).

Es por ello que los vodkas rusos siempre rondan los 40^{o}, a excepción, curiosamente, del vodka negro.

Referencias

[1] J. Armentia. *"Agitado, No Revuelto"*. **Por La Boca Muere El Pez**. 2002. `http://javarm.blogalia.com/historias/3910`

[2] T. Castillo. *Mendeleiev y los 40 grados del vodka*. **vodkas.net** 2011. `http://es.vodkas.net/articulo/mendeleiev-y-los-40-grados-del-vodka`

[3] "kabish". *Mendeleiev y el vodka*. **El pelopódromo**. 2007. `http://kabish.wordpress.com/2007/02/04/mendeleiev-y-el-vodka/`

[4] O. Menéndez. *El vodka y Mendeleiev*. **Quo**. 2011. `http://www.quo.es/ciencia/historia/la_otra_cara_de_los_cientificos`

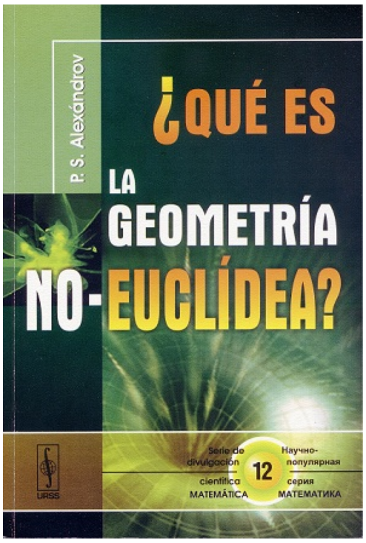
[5] Wikipedia, The Free Encyclopedia. `http://www.wikipedia.org/`

Aitziber Ibañez
Estudiante de la Licenciatura en Matemáticas
UPV/EHU

Reseña:

¿Qué es la geometría no euclídea?

Josué Tonelli-Cueto



En mi época de bachiller, ojeando libros en una librería perdida de Santander me llamó la atención un libro cuyo título aducía a algo de lo cual no tenía ninguna idea: la geometría no-euclídea. Dado que me pareció interesante el tema del libro decidí adquirirlo, y después de leerlo, puedo decir que fue una buena compra. Es más, este libro marcó profundamente mi modo de ver las matemáticas.

Para la o el lector interesado, el libro responde de forma clara a la pregunta que plantea su título, es decir, explica qué es la geometría no euclídea, y no sólo eso, sino que también muestra su papel y posición dentro de las matemáticas, tanto conceptualmente como históricamente. Además, el libro se puede leer casi sin ninguna dificultad por cualquier persona con un nivel de bachiller en matemáticas.

La lectura del libro si bien es en ciertos puntos amena, al ser un libro de divulgación, puede ser laboriosa en otros, dado que las nuevas ideas (a las que seguramente se enfrente el o la lectora interesada) requieren trabajo para ser asimiladas. Sin embargo, en retrospectiva, es un esfuerzo que merece la pena para aprender, y qué se minimiza gracias a la exposición del libro, que se esfuerza por ser lo más clara posible.

En cuanto al desarrollo del libro se puede dividir fundamentalmente en cuatro partes. En la primera se expone de forma rigurosa la formulación axiomática de la geometría euclídea, para indicar de un modo claro como la geometría de Lobachevski (la geometría en la que por un punto exterior a una recta dada pasan dos rectas paralelas diferentes) se obtiene negando el axioma de las paralelas. En la segunda parte, se analiza la idea de consistencia de una teoría axiomática y se construyen dos modelos donde poder visualizar la geometría de Lobachevski. En la tercera se explora la posibilidad de la geometría elíptica (la geometría en la que no hay rectas paralelas) y cómo se construye a partir del plano proyectivo. Y finalmente, en la cuarta parte se introduce la idea de curvatura de una superficie, y cómo bajo este concepto se obtiene una visión unificada de los tres tipos de geometría estudiados a lo largo del libro.

De este modo, el genial topólogo Alexándrov consigue que una vez leído el libro una persona no sólo entienda qué es la geometría no euclídea, sino toda una serie de conceptos importantes dentro de las matemáticas como las teorías axiomáticas, la consistencia, los modelos de una teoría, el plano proyectivo, la curvatura de una superficie y su relación con las geometrías clásicas. Así, lo que se aprende en este libro es mucho más de lo que cabe esperar leyendo solamente el título.

Referencias

[1] P.S. Alexándrov. *¿Qué es la geometría no-euclídea?* Serie de divulgación científica matemática **12**. Editorial URSS. 2008. ISBN 978-5-484-01031-8

[2] Editorial URSS. Página del libro. `http://urss.ru/cgi-bin/db.pl?lang=sp&blang=en&page=Book&id=74265`

Josué Tonelli-Cueto
Estudiante de la Licenciatura en Matemáticas
UPV/EHU

Al acabar la carrera, ¿qué?

Entrevista a Mario Morales

Mario Morales y Víctor Manero

Un antiguo compañero de la Universidad de Zaragoza nos cuenta su experiencia tras terminar la carrera. Mario Morales, que en estos momentos esta haciendo la tesis en la Escuela de Ingeniería y Arquitectura (EINA) de la Universidad de Zaragoza, nos comenta qué hace un matemático trabajando en mecánica de fluidos.

Figura 1: Foto de Mario Morales. (M)

Hola Mario, para empezar quería darte las gracias por compartir tu experiencia para PIkasle.
M: Gracias a ti por darme la oportunidad de compartirla. Una pregunta, ¿Pikasle qué factor de impacto tiene? (Reímos).
Hiciste la carrera en la Universidad de Zaragoza, ¿qué puedes contar de tu experiencia universitaria?
M: Sinceramente creo que fueron los mejores años de mi vida, al menos hasta el momento, porque aunque sea un tópico conocí gente nueva, hice un montón de amigos y me formé para lo que sería en un futuro. Resumiendo, fue una experiencia muy positiva y lo volvería a hacer.
La licenciatura en matemáticas, ¿era lo que te esperabas?
M: Pues en gran medida sí, porque ya en bachillerato me interesé por las matemáticas y tuve un profesor que me iba explicando en qué consistía la carrera. Me había hablado del estilo teorema, demostración, corolario, demostración, etc. Entonces ya me esperaba lo que después fue la licenciatura.
En los últimos años de la carrera, ¿qué ideas tenías en mente para hacer después de terminar la licenciatura?
M: Pues el último año me concedieron una beca de colaboración del departamento de matemáticas en el área de álgebra para poder introducirme un poco en el mundo de la investigación. Pensaba hacer la tesis allí pero surgió una oportunidad en la EINA.
¿Qué es la EINA?
M: Es la Escuela de Ingeniería y Arquitectura de la Universidad de Zaragoza. Ahora mismo me encuentro haciendo la tesis allí en el departamento de Ciencia y Tecnología de Materiales y Fluidos. Antes de acceder al doctorado, ¿hiciste algún máster? Sí, nada mas entrar en el departamento me recomendaron hacer el máster en mecánica aplicada, que es un máster presencial que se lleva a cabo sólo en Zaragoza.
¿Qué opinión te merece dicho máster?
M: Cuando yo lo hice era el primer año que se ofertaba por lo que había muchas cosas que mejorar. Pero, teniendo en cuenta que yo venía del mundo matemático y tenía que empezar a trabajar en cosas más aplicadas, me vino muy bien.
En general, ¿la formación recibida en la licenciatura te está siendo útil?
M: En líneas generales, a lo que te ayuda la carrera es a tener una mente estructurada, a manejar las ideas correctamente y eso luego lo puedes aplicar al campo de conocimiento en el que trabajas. En mi caso también me han servido algunas asignaturas concretas, como por ejemplo, métodos numéricos, análisis numérico, cálculo numérico, ecuaciones en derivadas parciales y algunas de informática en las que aprendí programación.
¿En el grupo en el que trabajas hay muchos matemáticos?
M: No, la verdad es que yo soy el único. Se trata de un grupo bastante heterogéneo ya que hay ingenieros industriales, ingenieros informáticos, ingenieros civiles y físicos.
¿Qué clase de valor añadido consideras que puede aportar un matemático?
M: Pues por ejemplo en mi grupo de trabajo se recurre a mí siempre que aparecen algunas integrales o surgen los típicos problemas matemáticos que tal vez un ingeniero no tiene la formación suficiente para resolver.

¿En qué proyectos trabajas ahora mismo?
M: Estoy trabajando en el grupo de hidráulica computacional, y lo que hacemos es describir el movimiento del agua mediante ecuaciones en derivadas parciales no lineales, que precisan de métodos numéricos para su resolución. Mi tarea consiste en desarrollar métodos numéricos más precisos, robustos y que permitan mejorar el tiempo computacional. Además también implementamos nuevas funcionalidades como puede ser añadir estructuras hidráulicas (compuertas, puentes...), modelización de vertidos de aguas residuales, transporte de sedimentos, simulación de tsunamis, aplicación a estudios medioambientales...

Figura 2: Fotos de la EINA.

Suena muy interesante, ¿le recomendarías al actual alumnado de matemáticas que se introdujera en este tipo de proyectos?
M: Sí, claro. En la carrera te orientan más al estilo teorema, demostración. Sin embargo, creo que ver la aplicación práctica de las matemáticas es fundamental y te aporta una nueva forma de entender todo lo que has estudiado.
¿Qué consejos les darías a las y los estudiantes de matemáticas que tuvieran interés en este tema?
M: No sé cómo están las cosas en el grado ni si reciben la suficiente formación en física, pero no recomendaría ningún máster en particular, como mucho que cursaran alguna asignatura de física. Pero, sobre todo les recomendaría no tener miedo a interesarse por las aplicaciones de las matemáticas.
¿Recomendarías al actual alumnado hacer el doctorado?
M: Sí, claro, es una experiencia muy enriquecedora. Te tiene que gustar la investigación y tener fuerza de voluntad porque hay que meter muchas horas, pero lo recomiendo totalmente. Por ejemplo te permite viajar mucho; yo he estado en Hamburgo, Santiago de Compostela e hice una estancia en la Universidad de Leeds. También hay que decir que tuve mucha suerte con el grupo de investigación en el que estoy, ya que empezamos varias personas a la vez y nos ayudamos mucho.
Muchas gracias, Mario.

Referencias

[1] Página web del *Máster en Mecánica Aplicada*. **Universidad de Zaragoza**.
`http://elrond.cps.unizar.es/master/`

[2] Página web de la *Escuela de Ingeniería y Arquitectura (EINA)*. **Universidad de Zaragoza**.
`http://eina.unizar.es/`

[3] Página web del *Grupo de Hidráulica Computacional*. **Universidad de Zaragoza**.
`http://ghc.unizar.es/`

Mario Morales
Licenciado en Matemáticas por la U. de Zaragoza
Estudiante de Doctorando en la EINA
Universidad de Zaragoza

Interview with David Cox

Ricardo Grande and *Josué Tonelli-Cueto*

Con motivo del *Año de Galois* organizado en nuestra facultad, y acerca del cual podéis leer más en otros números, fue invitado a nuestra facultad el geómetra algebraico David Cox. Aprovechando la ocasión, decidimos realizar una entrevista para tratar diversos temas relacionados con las matemáticas.

Figura 1: David Cox (D).

First of all, thank you for giving us the chance of interviewing you.

D: My pleasure.

As a mathematician you have a long career, what do you enjoy the most about being a mathematician?

D: Thinking mathematics is the thing I like best, it's the play of ideas. But also in mathematics you get to think about things for a long time. In some areas like Biology, you can only do the most recent stuff; something done three years ago is out of date. In math, a theorem proved one hundred years ago is still a theorem. For example, I'm thinking about Galois theory; I've taught it several times and I thought about it for over a period of almost twenty years before I wrote a book of it, until being able to think something through and reflect on it. It's really nice.

And the least?

D: Writing papers. (We laugh.)

That's the most complicated part. I love teaching, but correcting exam papers and homework papers is important but…it's painful. So it's not only painful for students, it's painful for the professor.

I had never thought of that…

D: Right, that is your revenge. You see, when you take your final exam, you're done. Professors have just started.

Who is your favorite mathematician?

D: That's hard…You know, I'm supposed to answer Galois, but it's probably changed several times over the years. For a while Gauss was my favorite mathematician. When I was in Graduate School, Grothendieck was my favorite mathematician. So that changes over time…For example, a year ago my favorite mathematician was Abel.

Yes, I was expecting Galois…

D: Yes, that's the politically correct answer right now. (We laugh.)

And your favorite theorem or result proven by you or another person?

D: So it's actually a theorem that I proved and it's in the field called Toric Varieties. It's a quotient construction in the projective space that you do in Algebraic Geometry. So I figured out a way to construct any toric variety by doing that kind of thing, and also the algebraic object that goes with it. So working that out was very satisfying.

And when did you do that?

D: I did that in 1992.

We almost weren't born yet…(We laugh.)

D: Well, it turns out that the reason I did that construction was because the year before, I was in Italy in a conference, and one of the mathematicians there asked me a question: 'Why doesn't this work for toric varieties?'. We were talking about certain constructions that you could do in projective space and he wanted to know if you could do it in toric varieties. And I said 'Well, you need a ring?' And so then, a year later, I was able to figure it out. And what was very satisfying was that last summer I gave a course on toric varieties and the course now includes this construction, and it was at the same place I gave the conference. So I could tell the students that this construction was born in that

 ISSN 2174-9027

room, because that's where a person asked me a question that led to the whole thing.

Your work has been centered in Algebraic Geometry, what do you think is the importance of that field inside Mathematics?

D: I think it's a very important field. It's important because of its history: it goes back to the 18th century, with the work of Bézout and people like that. But also, the way it combines Algebra and Geometry... There are lots of geometric things that flow out of it, but there's also a lot of Algebra that's been developed for it. So, because of the way those two subjects intertwine, Algebraic Geometry is still a very central object. And this isn't only Pure Mathematics, there are a lot of applications and that's one thing that is really different from when I was in Graduate School.

Speaking of which, in your webpage you mention that the Guggenheim Museum has a lot of applications of Algebraic Geometry, could you tell us some examples?

D: It is mainly based on the field of Computer Science called Geometric Modeling, where they try to draw curves and surfaces in computer screens. The way they draw a surface is by parametrization. They usually use polynomials, because you could parametrize curves using sines, cosines and exponentials, but those are expensive to compute because they're transcendental functions, whereas polynomials are very fast to compute and that's where Algebraic Geometry can enter in. Because sometimes, when you have a parametrization of a surface, you need the equation of the surface, and going back and forth between a parametrization and what's called an implicit equation is Computational Algebraic Geometry.

In the Guggenheim museum there's a part with titanium sheets. Every titanium sheet is completely unique, it's a separate parametrization. When you start with a titanium sheet, it's completely flat, it has zero curvature. But when you put it on the building, it suddenly gets some positive curvature and some negative curvature, and so the material has to bend a little bit and it has to stretch. But the material could break in this process, so they had to compute the Gaussian curvature of every point of the patches to make sure the curvature wasn't too much. And they actually used the polynomial parametrization to compute the curvature.

Nowadays, there are people doing very theoretical things with the surface patches, trying to improve them, because the classic ones are either rectangles or triangles, but they now want to create a five-sided patch. Because you can imagine in an airplane, a very complicated part of an airplane is where the wing comes and there's the fuselage and the landing gear, so you might need a five-sided piece to fit everything together. So some people are trying to do what they called multisided surface patches, and some of these are related to toric varieties. So toric varieties, which I studied in a completely different context, end up being useful in Geometric Modeling.

Also, what's interesting is that the interaction between Algebraic Geometry and Geometric Modeling goes both ways. Originally, when I got involved, mathematicians used to help people in Geometric Modeling prove theorems. For example, they actually knew that something was true but they couldn't prove it, so I would use some commutative algebra and things like that to prove the results they wanted. But it turns out it also goes the other way, because sometimes, some of the questions that they asked led to some interesting mathematical questions. So it's really been a lot of fun to go back and forth... In my case, I'm an algebraic geometer and I would talk with the geometric modeler, and then the two of us would realize we needed some commutative algebra, so I'd go talk to the commutative algebraists... So it's really a three-way collaboration almost.

I remember I was working with a computer scientist and presenting an idea when he asked me what a module was. Now that shocked me because, as a mathematician, that's just part of the language of Algebra; but this person, who was in Computer Science, had never studied Algebra. And so, even though he'd been working with things like these his whole life, he didn't know any of the language of Algebra because Applied Mathematics somehow didn't have any Algebra... So that's when I realized there was something interesting going on here, that there are people out there that actually need to know some Algebra. (We laugh.)

And in some sense, calling it a module doesn't tell you anything you didn't know already, it's not this huge revelation. But Math is a language for talking about things precisely, and by being able to use that language you can say things more clearly, you can communicate with others. In Math, we sometimes focus on the theorems, which of course are wonderful, but also just the language is very important. I can go anywhere in the world, like talking to you here in Spain, and by talking in the language of mathematics we understand each other. And that's very powerful.

In your webpage you say that you love teaching at all levels. What is the most grateful thing about teaching?

D: Helping people understand things. Sometimes I have very beginning students learning Calculus for the first time, and realizing that they can do stuff themselves. When I teach a first course that has proofs in it, students sometimes are terrified of proofs, and when they realize that they can prove something, that's a powerful thing. When you get more advanced courses, you get to show students beautiful mathematics. I really like that whole idea of introducing people to that power of mathematics at all possible levels.

What about the most difficult thing to deal with when teaching?

D: Grading. (We laugh.)

Talking about the future of mathematics, what do you think will be the great achievements of this century?

D: There are actually two things I would like to see happen. I'd like to see a proof of the Riemann Hypothesis, I think that would be really nice. And then the other one has to do with Mathematical Physics. One of the books I wrote is called *Mirror Symmetry and Algebraic Geometry*, and this is where these physicists create these incredible Quantum Field theories. These theories are so abstract that they don't actually apply to the real world. So the question is how can they test their theories if they can't do any experiment in the real world' So it turns out that these theories do make mathematical predictions and mathematicians were able to prove them. And by proving their predictions, that was the experimental confirmation of the physicists' theories. Although they couldn't check it against the reality of the world, they checked it against the reality of mathematics. So my hope is that one day Quantum Theory will be mathematically rigorous. Because to me it's a little frustrating that these physicists have this incredible intuition and they can see things that mathematicians can't. But they're seeing it through a stuff that is completely non-rigorous, so if we could somehow make that rigorous so that mathematicians have access, that could be really powerful.

Thank you very much.

David Cox-ekiko elkarrizketa

Ricardo Grande eta *Josué Tonelli-Cueto*
Irene Llana-k itzulita

Con motivo del *Año de Galois* organizado en nuestra facultad, y acerca del cual podéis leer más en otros números, fue invitado a nuestra facultad el geómetra algebraico David Cox. Aprovechando la ocasión, decidimos realizar una entrevista para tratar diversos temas relacionados con las matemáticas.

Figura 1: David Cox (D).

Lehenengo eta behin, eskerrik asko elkarrizketa egiteko aukera emateagatik.

D: Ez dago zergatik.

Matematikari gisa, bide luzea daukazu egina, zer gustatzen zaizu gehien matematikari izatetik?

D: Matematikan pentsatzean, ideien jolasa da gehien gustatzen zaidana. Baina, halaber, luzaroan pentsatu behar dira gauzak matematikan. Beste alor batzuetan, hala nola Biologian, azken aurkikuntzaz egin dezakezu lan; duela hiru urte aurkitu izan dena zaharkitua da. Matematikan, duela ehun urte frogatutako teorema bat gaur egun ere teorema bat da. Adibidez, Galoisen teoria darabil gogoan; behin baino gehiagotan irakatsi dut, eta ia hogei urtean pentsatu behar izan nuen teoria horretaz hari buruz liburu batean idatzi baino lehen. Gauzetan pentsatzea eta haiek hausnartzeko gaitasuna izatea gustatzen zait. Benetan atsegina da.

Eta gutxien?

D: Lanak zuzentzea. (Barre egiten dugu.)

Hori da zatirik korapilatsuena. Irakastea maite dut, eta azterketak eta etxerako lanak zuzentzea garrantzitsua da, baina... mingarria ere bai. Hortaz, esan genezake ez ikaslearentzat bakarrik irakaslearentzat ere mingarria dela.

Inoiz ez nuen horretan pentsatu.

D: Hori da zuen mendekua. Zuek, azken azterketak egin eta gero, bukatu egin duzue. Irakasleak, hasi berri dira.

Zein da gustukoen duzun matematikaria?

D: Zaila da esaten. Uste izatekoa da Galois erantzun beharko nukeela, baina, urteak joan urteak etorri, aldatu egin dela uste dut. Denbora batez, Gauss izan zen gustukoen nuen matematikaria; Graduate School-en nengoenean, Grothendieck izan zen. Denboran zehar aldatzen da. Iaz, Abel zen gustukoen nuena, adibidez.

Egia esan, Galois izango zelakoan nengoen.

D: Bai; horixe izango zen erantzunik egokiena orain. (Barre egiten dugu)

Eta zuk edo beste pertsona batek frogatutako teorema edo emaitzetatik zein duzu gogokoena?

D: Nik frogatutako teorema bat da, barietate torikoak deritzon alorrekoa. Geometria aljebraikoan egiten den espazio projektiboaren zatidura-eraikuntza da. Nik barietate toriko baten eraikuntza egiteko modua pentsatu nuen, eta bai barietate horrekin batera doan elementu aljebraikoa ere (eraztun bat). Hori frogatzea oso gogobetegarria izan zen.

Noiz izan zen hori?

D: 1992an egin nuen.

Jaio berriak ginen gu artean. . . (barre egiten dugu)

D: Egia esan, eraikuntza hori egitearen arrazoi nagusia honako hau da: aurreko urtean, Italiako konferentzia batean nengoelarik, bertan zegoen matematikari batek galdetu zuen: “zergatik ez dabil hori[1] barietate tori-

[1]Cox-ek ez zuen zehaztu zeri zegokion, ustez garrantzitsua ez baitzen. Seguruenik, metodoren bat aplikatzen ari ziren konferentzia hartan, eta metodo horrek ez zuen balio barietate torikoentzat.

koentzat?”. Espazio projektiboan egin zitezkeen eraikuntzei buruz ari ginen, eta berak jakin nahi zuen barietate torikoetan egin ahal zuen. Eta hauxe esan nion: “Egia esan, eraztun bat behar duzu”. Horrela, bada, urtebeteren buruan gai izan nintzen erantzuteko. Eta oso gogobetegarria dena: joan den udan barietate torikoei buruzko kurtso bat eman nuen. Kurtsoan, eraikuntza horixe genuen aztergai. Aurreko urtean konferentzia egin zen leku berean eman nuen kurtsoa; ikasleei esan niezaiekeen, beraz, 25 metrora zegoen gela batean jaioa zela eraikuntza hori, gela horretan egin baitzidaten ikerkuntza guztia piztu zuen galdera.

Zure lana geometria aljebraikoaren inguruan kokatuta dago, zer garrantzi uste duzu duela matematikan?

D: Oso arlo garrantzitsua dela uste dut. Garrantzitsua da bere historiagatik: XVII. mendera arte egin behar dugu atzera, Bézout eta halakoen lanak plazaratu baitziren. Baina, beste alde batetik, aljebra eta geometria elkartzen dituen eragatik... Geometriatik gauza pila atera izan dira, baina, berebat, aljebra ugari garatu da geometriarentzat. Bi gai horiek elkartzen diren modua dela eta, geometria aljebraikoa, oraindik, objektu nahiko zentrala da. Eta geometria aljebraikoa ez da matematika purua bakarrik; aplikazio asko daude, eta hori, Graduate School-en nengoenean alderatuta, oso ezberdina da .

Horrekin jarraituz, zure webgunean Guggenheim museoak geometria aljebraikoaren aplikazio asko dituela esaten duzu. Adibide batzuk esan zenitzake?

D: Modelizazio geometrikoa deritzon informatika-arloan oinarrituta dago, non kurbak eta gainazalak marrazten baituzte ordenagailu-pantailetan. Parametrizazioen bidez marrazten dituzte kurbak. Normalean, polinomioak erabiltzen dituzte. Sinuak, kosinuak eta esponentzialak ere erabili daitezke kurbak parametrizatzeko, baina garestiak dira kalkulatzen, funtzio tranzendentalak baitira; polinomioak, ostera, oso azkar kalkulatzen dira, eta hor sar daiteke geometria aljebraikoa. Izan ere, batzuetan, gainazal baten parametrizazioa daukazunean, gainazalaren ekuazioa behar duzu, eta parametrizazio baten eta ekuazio inplizitua deitzen denaren artean ibiltzean, geometria aljebraiko konputazionala daukagu.

Guggenheimean titaniozko xaflak daude. Xafla bakoitza bakarra da; parametrizazio bakarra dauka. Titaniozko xafla, hasieran, guztiz laua da; kurbatura zero dauka. Baina eraikuntzan jarrita, bat-batean, kurbatura positiboa edo kurbatura negatiboa hartzen du, eta, orduan, materiala tolestu behar da, eta luzatu. Baina materiala apurtu liteke prozesu honetan; hori zela eta, puntu bakoitzeko Gaussen kurbatura kalkulatu behar izan zuten, kurbatura gehiegizkoa ez zela ziurtatzeko. Egia esan, parametrizazio polinomikoa erabili izan zuten, erabili, kurbatura kalkulatzeko.

Gaur egun, badira pertsona batzuk gainazal-adabakiekin oso gauza teorikoak egiten dituztenak, adabakiak hobetu nahian, zeren klasikoak laukizuzenak edo triangeluak baitira. Orain, bost aldeko abadakia eratu nahi dute. Demagun hegazkin bat. Hegazkinetan, oso atal konplexua da hegoak hasten diren atala; bertan, fuselajea eta lurreratze-trena daude. Beraz, lagungarria izango litzateke bost aldeko pieza bat izatea multzo hori mihiztatu ahal izateko. Pertsona batzuek, hori dela eta, alde anitzeko gainazal-adabakiak deritzetenak sortu nahian dihardute; adabaki horietako batzuek barietate torikoekiko lotura dute. Beraz, barietate toriko batzuk, egoera guztiz bestelakoan aztertuak, oso lagungarriak izan daitezke modelizazio geometrikorako.

Interesgarria dena, gainera, zera da: geometria aljebraikoaren eta modelizazio geometrikoaren arteko interakzioa bi noranzkoetan doala. Hasiera batean, ni sartu nintzenean, matematikariek teoremak frogatzen laguntzen zieten modelizazio geometrikoan ari ziren pertsonei. Adibidez, bazekiten zer edo zer egiazkoa zela, baina ez zekiten nola frogatu, eta, orduan, aljebra kommutatiboa eta horrelakoak erabiliko nituen haiek behar zituzten emaitzak frogatzeko. Baina beste alderdia ere gertatzen da; izan ere, batzuetan, haiek eginiko galderek matematikoki interesgarriak ziren galderak sortu zituzten. Oso dibertigarria izan dela esango nuke? Nire kasuan, geometra aljebraikoa naiz, eta modeladore geometriko batekin hitz egin nahi dut; biok aljebra kommutatiboa behar dugula ohartzen gara, eta aljebrista kommutatiboekin hitz egitera goaz. Horrenbestez, gutxienez hiru alderen arteko lana dela esan genezake.

Gogoratzen dut informatiko batekin lanean nenbilelarik modulu bat zer zen galdetu zidala. Une hartan, harritu egin ninduen galderak, matematikari gisa eguneroko aljebrako hizkuntza baita; baina pertsona hark, informatikan lan egiten zuenak, ez zuen inoiz aljebrarik ikasi. Eta, beraz, nahiz eta horrelako gauzekin bere bizitza osoan lan egiten ibili, ez zekien ezer aljebraren hizkuntzari buruz, matematika aplikatuek ez zutelako aljebrarik. Eta orduantxe ohartu nintzen bazegoela hor zerbait interesgarri: munduan bazirela aljebra jakin behar zuten pertsonak. (Barre egiten dugu.)

Eta, hein batean, *modulu* deitzeak ez dizu ezer esaten lehendik ez zenekienik; ez dauka garrantzi handirik. Matematika, ordea, zehazki hitz egiteko hizkuntza da, eta hizkuntza hori erabiltzeko gai izanik, gauzak zehatz eta argi esan daitezke; komunikatu egin zaitezke. Matematikan, askotan, teoremetan jartzen dugu arreta guztia –eta, benetan, zoragarriak dira–, baina hizkuntza bera ere oso garrantzitsua da. Munduko edonora joan naiteke; hemen, Euskal Herrian, zurekin hitz egin dezaket, adibidez, eta matematikaren hizkuntza erabiliz, elkarri uler diezaiokegu. Eta hori paregabea da.

Zure webgunean, edozein mailatan irakastea atsegin duzula adierazten duzu. Zer da irakasteak ematen dizun gauzarik hoberena?

D: Jendeari gauzak ulertzen languntzea. Batzuetan, ikasle hasiberriak ditut; kalkulua ikasten dute lehenengo aldiz, eta ikaragarria ohi da konturatzen direnean gauzak bere kabuz egin ditzaketela. Lehen mailako kurtsoa ematen dudanean, zeinetan frogapenak egin behar baitira, ikasleak, batzuetan, ikaratu egiten dira frogapenak direla kausa, eta zerbait frogatzeko gai direla ikusten dutenean, hori bada, bai, paregabea. Goragoko kurtsoetara zoazenean, matematika polita irakasten duzu. Benetan gustuko dut edozein mailatan hain ahaltsua den matematika irakastea.

Eta zein izango litzateke zatirik zailena?

D: Notak jartzea. (Barre egiten dugu.)

Matematikaren etorkizunari begiratuz, zein uste duzu izango dela mendeko aurkikuntzarik handiena?

D: Egia esan, badaude bi gauza ikustea gustatuko litzaidakeenak. Riemann-en hipotesiaren frogapena ikustea litzateke; benetan polita izango litzatekeela uste dut. Besteak, fisika matematikoarekin du zerikusia. Nik idatzitako liburuetako batek *Mirror Symmetry and Algebraic Geometry* du izenburu, eta hain zuzen, geometria aljebraiko horretan sortzen dituzte fisikariek teoria kuantiko ikaragarri horiek. Teoria horiek abstraktuegiak dira, eta ezin dira mundu errealean aplikatu. Orduan, hau da galdera: nola frogatuko dituzte bere teoriak, mundu errealean ezin badituzte aztertu? Ikusten da teoria horiek predikzio matematikoak sortzen dituztela, eta matematikariak gai dira predikzio horiek frogatzeko. Eta matematikariek predikzioak frogatzea izan da fisikarien teorien baieztapen esperimentala. Nahiz eta munduaren errealitatearekin aztertu ezin, matematikaren errealitatearekin frogatu daiteke. Nire nahia teoria kuantikoa matematikoki zehatza izatea da. Izan ere, apur bat frustragarri zait antzematea fisikariek sekulako intuizioa daukatela eta matematikariek ikusi ezin dituzten gauzak ikus ditzaketela baina guztiz zehatza ez den material baten bidez ikusten dituztela. Hortaz, nolabait zehaztasun hori lortzerik balego matematikariek esku hartu ahal izateko, hori benetan eraginkorra izango litzateke.

Eskerrik asko.

Erdös y los inversos de los números primos

Imanol Pérez

El 26 de marzo de 1913 nació el húngaro Paul Erdös, por lo que este año se celebra el centenario de su nacimiento. πkasle publicará una serie de artículos sobre Paul Erdös, como su biografía o algunas de sus famosas demostraciones elementales. Con el objetivo de hacer un pequeño homenaje a este gran matemático. Este artículo hablará de una de esas demostraciones elementales, la demostración de la divergencia de la suma de los inversos de los números primos, que fue demostrada por primera vez por el matemático suizo Leonhard Euler en el siglo XVIII utilizando su fórmula del producto y la serie de Taylor de $\log(1-x)$.

Sin embargo, en 1949 Erdös publicó una demostración elemental por reducción al absurdo de este resultado. Cabe destacar que el hecho de que la suma de los inversos de los números primos diverja supone una demostración de un hecho más fuerte que la infinitud de los números primos, puesto que la infinitud de los números primos es una condición necesaria pero no suficiente para que la suma de sus inversos diverja.

Por otro lado, esta propiedad es un caso especial de la conjetura de Erdös, que afirma que si la suma de los inversos de un conjunto infinito de enteros diverge, entonces éste contiene progresiones aritméticas arbitrariamente largas.[2] La conjetura de Erdös, que a día de hoy sigue abierta, implicaría el teorema de Szemerédi, quien fue discípulo de Erdös. Este teorema establece que todo conjunto infinito de números enteros con densidad positiva contiene progresiones aritméticas arbitrariamente largas.

Erdös comenzó la demostración de la divergencia de la suma de los inversos de los números primos suponiendo que:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{p_k} = C$$

Siendo p_i el i-ésimo número primo. Por tanto, ha de existir un i tal que:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{p_{i+k}} < \frac{1}{2}$$

Definimos ahora $N_i(x)$ de la siguiente manera:

$$N_i(x) = \#\left\{ n \le x : n = \prod_{j=1}^{i} p_j^{\alpha_j}, \alpha_j \in \mathbb{N}_0 \right\}$$

donde # denota el cardinal del conjunto, esto es, $N_i(x)$ son los naturales menores o iguales que x en cuya factorización aparecen (no necesariamente todos) los primos $p_1, \ldots, p_i$. O equivalentemente, que no son divisibles por p_k para $k > i$.

Nótese que dado un n en el conjunto anterior, podemos escribir $n = \prod_{j=1}^{i} p_j^{\omega_j} \cdot s^2$, con $\omega_j \in \{0,1\}$. O sea, n es el producto de un cuadrado por un entero libre de cuadrados. Para el entero libre de cuadrados hay 2^i posibles combinaciones,[3] y para el cuadrado habrá como mucho $\sqrt{x}$. Por tanto:

$$N_i(x) \le 2^i \sqrt{x}$$

Por otro lado, hay $\left\lfloor \frac{x}{p} \right\rfloor$ posibles enteros divisibles por p y menores que x. Además, el número de enteros divisibles por un primo mayor que p_i es $x - N_i(x)$. Definimos ahora $N_i^*(x) = x - N_i(x)$. Además, $N_i^*(x)$ está acotado superiormente por $\frac{x}{2}$:

$$N_i^*(x) = x - N_i(x) \le \sum_{k=1}^{\infty} \left\lfloor \frac{x}{p_{i+k}} \right\rfloor \le x \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{p_{i+k}} < \frac{x}{2}$$

Como $N_i^*(x) + N_i(x) = x$, para todo $x \in \mathbb{N}$, es suficiente con encontrar un $x \in \mathbb{N}$ tal que $N_i(x) \le \frac{x}{2}$ para llegar a una contradicción. Pues en ese caso, $N_i^*(x) < \frac{x}{2}$ implica $N_i^*(x) + N_i(x) \ne x$.

Ahora, como $N_i(x) \le 2^i \cdot \sqrt{x}$, al considerar

$$2^i \cdot \sqrt{x} \le \frac{x}{2}$$

Se ve que para

$$x \ge 2^{2i+2}$$

se tiene $2^i \cdot \sqrt{x} \le \frac{x}{2}$ y así $N_i(x) \le \frac{x}{2}$. Así, se llega a una contradicción y en consecuencia, $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{p_k}$ diverge.

[2] Ben Green y Terence Tao demostraron esta propiedad para el conjunto de los números primos. [4]

[3] Pues hay i exponentes ω_j, y cada uno de ellos tiene dos posibilidades: 0 ó 1.

ISSN 2174-9027

Como comentaba Irune, Erdös, a pesar de ser ateo, hablaba sobre un libro donde Dios había recopilado las demostraciones más bellas. Según él, si eres matemático no tienes por qué creer en Dios, pero sí en *El Libro*. Lo cierto es que si esta demostración de la divergencia de la suma de los inversos de los números primos no está en *El Libro*, muy cerca debe de estar.

Referencias

[1] I. Gurrutxaga. *Paul Erdös ... el mago de Budapest*. Revista *πkasle* Aldizkaria **5**. 2012.

[2] M. Aigner y G.M. Ziegler. *Proofs from THE BOOK*. Fourth Edition. Springer Verlag, 2010. Págs. 5-6.

[3] **The Erdos Project**. Collected Papers of Paul Erdõs. `http://www.renyi.hu/~p_erdos/`

[4] B. Green, T. Tao. *The primes contain arbitrarily long arithmetic progressions*. Annals of Mathematics **167**. 2008. Págs. 481-547. `http://arxiv.org/abs/math.NT/0404188`

[5] Wikipedia, The Free Encyclopedia. `http://www.wikipedia.org/`

Imanol Pérez
Estudiante del Grado en Matemáticas
UPV/EHU

Los enigmas de Turing

Aitziber Ibañez

Figura 1: Alan Turing riéndose.

2012 ha sido el año de la informática en honor del matemático que traemos a nuestro rincón en este número, Alan Turing, cuyo centenario se celebró el 23 de junio de este año [1, 2]. Se le considera el padre de la computación y se le han hecho multitud de homenajes de todo tipo, incluso con un doodle [3], todos póstumos, lamentablemente, ya que no obtuvo gratitud alguna por sus grandes aportaciones a la ciencia y a la sociedad mientras vivió, más bien todo lo contrario.

Turing cursó sus estudios universitarios en Cambridge, y tuvo como profesor a Godfrey Harold Hardy. Durante la Segunda Guerra Mundial, fue requerido por el gobierno inglés para trabajar en Bletchley Park [4], donde se realizaba el trabajo criptográfico para romper el código de las famosas máquinas Enigma que usaban los alemanes para codificar sus comunicaciones. El trabajo de Turing fue crucial en esta tarea, incluso creó la máquina “Bombe” para ayudar a descifrar los códigos nazis. Este hecho fue decisivo en el desarrollo de la guerra, ya que sin él no se habría producido el desembarco de Normandía, y la historia no sería la que hoy conocemos.

Inspirado en el décimo problema de Hilbert, cuyo enunciado dice así: “Dada una ecuación diofántica con cualquier número de incógnitas y con coeficientes numéricos racionales enteros: Idear un proceso de acuerdo con el cual pueda determinarse, en un número finito de operaciones, si la ecuación es resoluble en números racionales enteros”, nuestro matemático creó las hoy conocidas como máquinas de Turing, que se componen de una cinta infinita y una cabeza lectora-inscriptora, que, dado un estado y un símbolo, puede desplazarse una posición a la izquierda en la cinta, y una a la derecha o escribir un nuevo símbolo.

Obsesionado con la idea de crear una máquina que pensara, diseñó también el conocido como “test de Turing”, que consiste en una serie de preguntas que permiten, en función de la respuesta, dictaminar si quien responde es una máquina o un ser humano.

Figura 2: Una máquina Enigma.

Las sospechas sobre la homosexualidad de Turing comenzaron cuando tuvo que llamar a la policía debido a un robo que se había producido en su casa. El gobierno inglés le dio a elegir entre la prisión o ser la cobaya en unos experimentos en los que le inyectaron grandes cantidades de estrógenos, para subsanar lo que ellos tenían por un ‘defecto inaceptable´ en un héroe de guerra. Dos años después, nuestro matemático fue encontrado muerto en su cama, la autopsia reveló envenenamiento por cianuro. Dado que los fármacos experimentales le provocaron depresiones y dieron un toque oscuro a su personalidad introvertida, es probable que se suicidara, aunque nunca sabremos que pasó realmente.

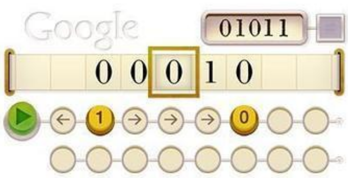


Figura 3: El Doodle dedicado a Turing.

La versión oficial dada por las autoridades inglesas achacaban el envenenamiento a los experimentos que

Turing, aficionado también a la química, realizaba por cuenta propia.

El trabajo de Turing no fue sólo más que determinante en la Segunda Guerra Mundial, sino que dio al mundo una nueva idea: máquinas que pudieran resolver cualquier problema matemático que se representara con un algoritmo. Algo que hoy nos parece natural, acostumbrados como estamos al uso de móviles, calculadoras y ordenadores, pero que supuso un gran salto en la manera de pensar de los matemáticos de la época.

Referencias

[1] Página Oficial del Año de Turing. `http://www.turingcentenary.eu/`

[2] Página Oficial Española del Año de la Informática y del Año de Turing. `http://turing.coddii.org/`

[3] *Alan Turing's 100th Birthday* Doodle. **Biblioteca de Doodles de Google**. `http://www.google.com/doodles/alan-turings-100th-birthday`

[4] Página Oficial de Bletchley Park. `http://www.bletchleypark.org.uk/`

[5] C. A. Pickover. *El libro de las matemáticas*. Librero. 2010. ISBN 978-90-8998-097-7

[6] C. A. Pickover. *El prodigio de los números*. Ma Non Troppo. 2002. ISBN 978-84-9560-139-1.

[7] Wikipedia, The Free Encyclopedia. `http://www.wikipedia.org/`

Aitziber Ibañez
Estudiante de la Licenciatura en Matemáticas
UPV/EHU

Platonismo y matemáticas

Visión general, axiomas y objetos matemáticos.

Manuel Santos

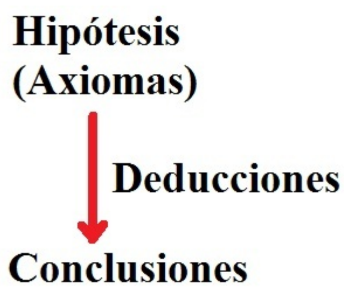
En la celebrada Teoría de las Ideas, Platón ya distinguía un conocimiento objetivo que se podía obtener al conocer (percibir, comprender) las ideas mismas. Una idea es una esencia, es decir, algo que hace que una cosa sea la que es. Por ejemplo, hablando de coches, por muy diferentes que sean unos de otros: rojos, altos, siete plazas, monovolumen... hay algo en ellos que nos hace reconocerlos como tales, y esa podría ser la idea de "coche". Las ideas poseen carácter eterno, único e inmutable, y subyacen en todo lo que nos rodea. Platón consideraba que el conocimiento verdadero se conseguía al comprender cualquier cosa de carácter inmutable, único y eterno, por tanto los sucesos del mundo sensible eran despreciables para el filósofo, ya que eran puramente efímeros.

Si hay algo que de verdad fascinaba a Platón eran las matemáticas. Si pedimos a una serie de personas que valoren un texto de literatura es posible encontrar múltiples resultados, unos dirán que está bien escrito, otros creerán que no tanto, pero podemos estar seguros de que si preguntamos a las mismas personas el resultado de una suma, no habrá ninguna opinión al respecto, o saben o no saben. El pensamiento matemático es común a todos los humanos y es ese carácter universal el que Platón adoraba.

Para el discípulo de Sócrates, las matemáticas eran el estudio de los objetos matemáticos. Además, poseían existencia propia más allá de la mente humana y era un saber esencialmente accesible mediante la capacidad de abstracción e inteligencia del propio matemático. Aun así, muchas veces los matemáticos deben apoyarse en imágenes sensibles para desarrollar teorías, y recordamos que, según Platón, lo sensible no significaba conocimiento. Los objetos matemáticos son además plurales, esto es que los matemáticos aceptan la existencia de distintos tipos de, por ejemplo, triángulos, mientras que si se tratara de conocimiento puro se versaría sobre ideas y las ideas son en esencia únicas.

No sólo eso, sino que los matemáticos realizan un proceso discursivo descendente a partir de una serie de supuestos llamados axiomas. Según el filósofo ateniense, los axiomas eran el punto débil del pensamiento matemático, pues a pesar de ser enunciados principalmente procedentes de la inteligencia, no eran deducidos y eso para Platón era algo reprochable, y mucho. Es pues que los axiomas no podían constituir nada más que una lista de condiciones o enunciados "vacíos" de la cual se desarrollaría la matemática.

Volvamos a los objetos matemáticos. ¿Tienen existencia propia estos objetos o son simplemente una serie de pensamientos carentes de valor ontológico? Como he dicho, Platón estaba convencido de que sí la tenían. ¿Por qué? Platón opinaba que las experiencias no podían implicar necesariamente conocimiento puro, pues bien, como los conceptos matemáticos proceden en su mayoría de la inteligencia del matemático y no de la experiencia, ese carácter apriorístico otorga a las matemáticas la existencia epistemológica.



Pero aún hay más. Un fenómeno físico nunca puede contradecir un "fenómeno" matemático. Me explico: si podemos establecer una conexión directa entre objetos matemáticos y objetos físicos, éstos deben obedecer obligatoriamente al comportamiento de los entes matemáticos. Supongamos que un electrón penetra perpendicularmente con velocidad constante en un campo magnético uniforme; de inmediato comprobamos que el electrón comienza a describir un círculo. Esto se debe a que la trayectoria depende del ángulo que la velocidad del electrón forma con el campo magnético. Aquí vemos que un fenómeno físico (la trayectoria de un electrón al penetrar un campo magnético) es función, o depende de un objeto matemático (ángulo, seno del ángulo).

A pesar de que los objetos matemáticos no posean estructura ontológica comparable a las ideas, ni supongan conocimiento en sí –platónicamente hablando–, las matemáticas proporcionaban un saber seguro y universal común a la inteligencia del ser humano. Fue Platón desde luego uno de los primeros filósofos, si no el primero, en dotar a las matemáticas de una gran importancia epistemológica.

Sin lugar a dudas, el discípulo de Sócrates planteó en su momento un debate que ha generado mucha controversia a lo largo de la historia, pues son muchos los filósofos, como Hume o Nietzsche, que opinaron en su momento que las matemáticas no eran sino una pila de ideas bien organizadas carentes de valor en absoluto. Pero claro es que las matemáticas han estado presentes en todos los descubrimientos científicos realizados hasta la fecha. Incluso hoy mismo, la naturaleza de las matemáticas sigue siendo objeto de discusión y polémica, aunque pocos son ya los que se atreven a dudar de la presencia de esta ciencia en el mundo en el que vivimos.

"Las matemáticas son el preámbulo de la filosofía."

Referencias

[1] *El sentido de las matemáticas en la filosofía de Platón*. **Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia**. http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/3/Usrn/fundoro/web_fcohc/002_proyectos/bachillerato/filosofia/platon_01.html

[2] A. Relancio Menéndez. *Platón: Matemática y Dialéctica*. **Biblioteca digital de Fundoro**. http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/3/Usrn/fundoro/archivos%20adjuntos/publicaciones/actas/hgg_pdf_web/cap06_web.pdf

[3] *Miles Burnyeat on Plato*. **Youtube**. Código vídeo: XXBQRuMfs2E http://www.youtube.com/watch?v=XXBQRuMfs2E

[4] Platón. *Diálogos*. Editorial Porrúa, S.A. México. 1993. ISBN 968-432-310-7.

[5] Wikipedia, The Free Encyclopedia. http://www.wikipedia.org/

Manuel Santos
Estudiante del Grado en Matemáticas
UPV/EHU

Txominen Sariketa

2. buruketaren ebazpena/Solución del problema 2
Irabazleak/Ganadores

1. **Ebazpen dotoreena/Solución más elegante:** Adur Ayerza Zubiria (2º Ing. El.)
2. **Ebazpen originalena/Solución más original:** Álvaro Pardo (1º Mat.)
3. **Hobekien idatzitako ebazpena/Solución mejor redactada:** Ander Garro Abrain (2º Fis.)

Zorionak! Joan zaitezte Marta Machoren bulegora (beheko pisua, eskuineko lehen atea)./¡Felicidades! Pasaos por el despacho de Marta Macho (planta baja, primera puerta a la derecha).
Ebazpena/Solución
$p = 2$rentzat, $2^p + p^2 = 8$, ez da zenbaki lehena, baina $p = 3$rentzat, $2^p + p^2 = 17$, bada zenbaki lehena. Gainerako zenbaki lehenentzat, bakoitia da p, eta, gainera, $p \equiv \pm 1 \pmod 3$. Beraz,

$$2^p + p^2 \equiv (-1)^p + (\pm 1)^2 \equiv -1 + 1 \equiv 0 \pmod 3;$$

hau da, $2^p + p^2$ ez da zenbaki lehena, 3z zatigarria baita. Horregatik, 3 da lehen bakarra zeinarentzat lehena baita $2^p + p^2$.

Para $p = 2$, $2^p + p^2 = 8$ no es primo; pero para $p = 3$, $2^p + p^2 = 17$ sí lo es. Para el resto de los primos, p es impar y además $p \equiv \pm 1$ (mód 3).Por lo que,

$$2^p + p^2 \equiv (-1)^p + (\pm 1)^2 \equiv -1 + 1 \equiv 0 \text{ (mód 3)}$$

Esto es, $2^p + p^2$ no es primo porque es divisible por 3. Por lo tanto, 3 es el único primo para el que $2^p + p^2$ es primo.

Txomin Zukalaregi

3. buruketa

Epearen bukaera: 2013-2-28

Mahai baten gainean, zenbait paper-orri jarri dira, angeluzuzenak eta tamaina berdinekoak. Azken orria gainerako orrien gainean kokatzen da, haietako bakoitzaren arearen erdia baino gehiago estaltzen duelarik. Iltza liteke orratz bat orri guztiak zeharkatzeko moduan?

Sariak:

1. Ebazpen dotoreena: 20 txikle eta matematikari buruzko kamiseta bat.
2. Ebazpen originalena: 20 txikle eta matematikari buruzko dibulgazio liburu bat.
3. Hobekien idatzitako ebazpena: 20 txikle eta "Un paseo por la geometría"-ren pack bat edo beste opari bat.

Zorte on!
Txomin Zukalaregi

Problema 3

Fin de convocatoria: 28-2-2013

En una mesa se han colocado varias hojas de papel iguales de forma rectangular. La última hoja cubre más de la mitad del área de cada una de las otras hojas. ¿Es posible en este caso clavar un alfiler de manera que atraviese todas las hojas?

Premios:

1. Solución más elegante: 20 chicles y una camiseta matemática.
2. Solución más original: 20 chicles y un libro de divulgación matemática.
3. Solución mejor redactada: 20 chicles y un pack de "Un paseo por la geometría" u otra cosa.

¡Buena suerte!
Txomin Zukalaregi